Escuela de Ciencias de la Educación

Facultad de Filosofía y Humanidades

Universidad Nacional de Córdoba

El ingreso en el segundo ciclo en un aula de matemáticas, ¿nuevas exigencias ante conocimientos antiguos?

Trabajo presentado para obtener el título de Licenciada en Ciencias de la Educación

Tesista: Karina Soledad Cuello

Directora: Dra. Dilma Fregona

Codirectora: Mgtr. María Fernanda Delprato

Diciembre de 2010

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Permanentemente en ambientes educativos, formales o no, escuchamos planteos que ponen en el terreno de lo urgente temas vinculados a la articulación del sistema educativo en su conjunto. Ciertos planteos en ocasiones toman en cuenta al conjunto de las instituciones que se hallan bajo la supervisión del Estado, otros se centran en la necesidad de que al menos al interior de cada provincia se pueda trabajar en pos de tal articulación, mientras que otros en cambio, se ocupan de un plano más particular teniendo en cuenta aspectos que se juegan al interior de los niveles y de los ciclos que componen nuestro Sistema Educativo Nacional. Dentro de este último grupo nos situamos para construir el objeto de estudio de esta tesis, preocupados por estudiar cómo se produce el pasaje entre el primero y el segundo ciclo de la Escuela General Básica (EGB) en el área de Matemática, ya que suponemos que los alumnos que ingresan al segundo ciclo se encuentran con nuevas exigencias, dadas por la ampliación de los contenidos (extensión del universo de números naturales, algoritmos de la multiplicación y división por bidígitos, números fraccionarios, nociones de geometría y medición, etc.) y por la reconsideración de recursos utilizados, vocabulario, técnicas de cálculo, etc.

Con el propósito de conocer en qué términos, o en torno a qué contenidos se plantean estas “nuevas exigencias” para el segundo ciclo, comenzamos nuestra tarea exploratoria por los Documentos Curriculares Provinciales (DCP) en su apartado para el área de Matemática. Desde el comienzo decidimos centrarnos en el eje “Número y operaciones”, ya que tradicionalmente es al eje que mayor relevancia se le otorga en la escuela primaria. Además, los DCP muestran que los tres ejes se sostienen a lo largo de toda la EGB, lo que hace suponer una continuidad en el desarrollo de los distintos temas. Sin embargo, hacia el interior del eje mencionado existen pistas que permiten dar cuenta de los cambios que van sufriendo dichos temas durante su desarrollo a partir de diversas propuestas de ampliación y profundización de los mismos, con marcadas diferencias especialmente en el pasaje del primero al segundo ciclo.

No obstante la relevancia de dicho eje, la pretensión de abarcar en este estudio todos los contenidos que se hallan agrupados en el mismo era por demás ambiciosa. Esta realidad, nos llevó a establecer ciertos criterios que delimitarían nuestra tarea en el campo. A partir de la exploración de los DCP, consideramos que era importante permanecer en el campo hasta la culminación de la enseñanza de la multiplicación y de la división por bidígitos ya que estos se constituyen en contenidos que funcionan como cierre y apertura entre el trabajo con los números naturales y los números racionales. Además, porque desde las apreciaciones de la docente observada se los advierte también como uno de los desafíos previstos para cuarto grado.

Elegimos cuarto grado en tanto momento de inicio que permitiría dar cuenta de la instauración de nuevos requerimientos. Consideramos que, al ser el espacio de iniciación o de transición, posibilitaría el acceso a la inauguración de estos requerimientos de un modo privilegiado.

Nos moviliza la inquietud por conocer, qué es lo que efectivamente sucede a partir de que lo nuevo se instala en el salón de clases, según lo preestablecido en el texto curricular y el proyecto de enseñanza del docente. Optamos por realizar el trabajo de campo en un cuarto grado; analizar los documentos curriculares oficiales definidos para tercero y cuarto grado de la EGB (DCP; Matemática; eje "Número y Operaciones"); y entrevistar a la docente observada. La idea no es hacer un estudio comparativo entre las relaciones con los saberes matemáticos escolares entre fin de primer ciclo e inicio del segundo, sino un estudio en profundidad de los modos en que se desarrolla efectivamente el estudio de la matemática en el inicio del segundo ciclo y las distintas interacciones que se producen entre los alumnos y la docente particularmente en torno a la multiplicación y la división por bidígitos.

Los objetivos planteados en el proyecto de tesis están explicitados como se muestra a continuación.

Objetivos Generales:

- Indagar la presencia de nuevas exigencias en el segundo ciclo de la EGB en relación a contenidos ya tratados del eje "Número y operaciones".
- Describir y analizar los procesos e interacciones públicas que se despliegan en el salón de clases de matemática durante la enseñanza de contenidos relativos al primer eje del área de Matemática, para develar modos de presentación y de tratamiento de profundizaciones de contenidos ya abordados en el primer ciclo.

Objetivos Específicos

- Identificar en las clases de matemática de cuarto grado modos de presentación y de tratamiento de contenidos ya abordados en el ciclo precedente.
- Analizar, en esos modos de presentación, diferentes aspectos de la gestión del docente que se ponen en juego en las interacciones públicas del salón de clase.
- Identificar los modos de hacer de los alumnos en dichas instancias.

De estos objetivos nos interesa analizar:

Qué es lo que efectivamente sucede a partir de que lo nuevo se instala en el salón de clases, según los requerimientos que se realizan desde el texto curricular y desde el proyecto de enseñanza de la docente

Y más específicamente,

¿Cuáles son las nuevas exigencias en el segundo ciclo (desde los DCP y de los dichos de la maestra)?

¿Qué se prioriza como actividad matemática en el aula?

¿Cuáles es el vínculo entre el estudio de las propiedades del sistema posicional de numeración y las propiedades de las operaciones, con la enseñanza de los algoritmos estándares de la multiplicación y la división?

¿Cómo se trabaja el sentido de la multiplicación y de la división?

La búsqueda de las posibles respuestas a estos interrogantes constituye un proceso complejo cuya puesta en texto demanda cierta organización que facilite su comunicación. Atendiendo a dicha demanda hemos estructurado esta tesis en seis capítulos:

En el capítulo 1 explicitamos las referencias teóricas que han sido consideradas, como así también explicar la metodología utilizada para el estudio que hemos decidido abordar. Este primer capítulo muestra además una descripción breve de las características de la institución, el aula y el grupo observados.

En el capítulo 2, tomamos en cuenta el trabajo con los documentos curriculares oficiales como fuente de indagación. Ofrecemos en primer lugar una contextualización del marco político legal que le dio origen a dichos documentos y posteriormente abordamos un análisis didáctico de los mismos centrado en el eje "Números y operaciones".

Por su parte, en el capítulo 3 ofrecemos un detalle pormenorizado del proceso de análisis de las fuentes que provienen del trabajo experimental. Es necesario destacar que para esta instancia del proceso recurrimos a la utilización de Atlas ti, una herramienta informática sumamente valiosa que facilitó la búsqueda, la organización y la recuperación de toda la información recogida.

En los capítulos 4 y 5 nos centramos en los hallazgos en torno a los enunciados que sirven de escenario al estudio de la multiplicación y la división, y en los caminos recorridos en la enseñanza de las técnicas, respectivamente.

Por último, en el capítulo 6 exponemos las conclusiones y aperturas a nuevos interrogantes a los que nos condujo este proceso de investigación.

Añadimos además un documento **Anexo** que contiene la sistematización de todo el material empírico recolectado durante el proceso de investigación: las transcripciones y los registros de audio de clases donde realizamos el trabajo de campo, y las entrevistas a la docente observada.

CAPÍTULO 1

Desarrollo de opciones teóricas y metodológicas

Las características de nuestra investigación demandan la explicitación de los marcos teóricos desde los cuales miramos e interpretamos lo sucedido en el aula observada. Desde la didáctica de la matemática, tomamos aportes de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) inicialmente elaborada por Chevallard, y también de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por Brousseau.

Numerosos autores, entre ellos Higueras y otros (2007) señalan la complementariedad entre la TAD y la TSD. En este capítulo, con el fin de enfatizar los aportes de cada teoría y para favorecer la comunicación, hablamos de "mirada" de los procesos estudiados en la clase de matemática de 4º grado centrándonos en las obras matemáticas (TAD) y en las interacciones de la docente con los alumnos y el medio creado (TSD).

Además, como nos proponemos identificar nuevas relaciones de los sujetos con conocimientos y saberes matemáticos, consideramos necesario recoger datos en un transcurso de tiempo relativamente prolongado. Para llevar adelante esta tarea, tomamos aportes procedentes de la perspectiva etnográfica; que se constituyó en una vertiente fundamental en el análisis interpretativo como así también en la construcción del objeto de estudio.

1.1. Perspectivas didácticas

Bajo las denominaciones "Didáctica de la Matemática" o "Educación Matemática" existen diversas acepciones. En lenguaje habitual se identifica con la enseñanza de la matemática aunque también se la reconoce como campo de investigación en el cual la enseñanza de las matemáticas es uno de sus objetos de estudio entre otras problemáticas abordadas desde diversas perspectivas teóricas.

Las mesas de trabajo en los últimos congresos internacionales[1] dan una idea de la diversidad de los temas de estudio, muchos de ellos comunes a pesar de la designación elegida. "Educación Matemática" es utilizada generalmente en países anglosajones y latinoamericanos como México y Brasil, e inclusive en instituciones como el International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). En Francia se utiliza "Didáctica de la Matemática" y esa es la designación que utilizaremos en este texto ya que profundizaremos aspectos de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) y de la teoría de las situaciones didácticas (TSD). Sin embargo, no dudaremos en recurrir a nociones que proceden de otras perspectivas teóricas, sin temor a producir un discurso ecléctico.

En el marco de la TAD,

> "Hemos de tener en cuenta que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son aspectos particulares del *proceso de estudio de las matemáticas*, entendiendo la palabra "estudio" en un sentido amplio que engloba tanto el trabajo matemático del alumno, como el del matemático profesional que también "estudia" problemas de matemática.
> Lo didáctico se identifica así con todo lo que tiene relación con el *estudio* y con la *ayuda al estudio* de las matemáticas, identificándose entonces los *fenómenos didácticos* con los fenómenos que emergen de cualquier proceso de estudio de las matemáticas, independientemente de que dicho proceso esté dirigido a utilizar las matemáticas, a aprenderlas, a enseñarlas o a crear matemáticas nuevas. La didáctica de las matemáticas se define, por tanto, como la *ciencia del estudio de las matemáticas*.
> (Chevallard y otros, 1997: 47)

En el marco de la TSD, una caracterización afirma que en los últimos años:

> "(…) ha aparecido, también bajo el nombre de 'didáctica' un intento de constituir una ciencia de la comunicación de los conocimientos y de sus transformaciones (…). Esta ciencia se interesa en lo que estos fenómenos tienen de específico del conocimiento que se tiene en el punto de mira."
> (Brousseau 1990: 260)

En ambos enfoques el saber matemático es un componente esencial y por ello nos autorizamos a esbozar brevemente cuáles son los conocimientos involucrados en los "temas

[1] Véase por ejemplo: http://www.seiem.es/ ; http://igpme.org/ ; http://www.mathunion.org/icmi/; http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-congresos-dedicados-a-los-temas-en-didactica-de-la-matematica-en-el-mundo-temas-tratados/comision_internacional_de_inst.php

fuertes” (así explicitados por la docente de 4º grado) contemplados para el segundo ciclo de la EGB: algoritmo estándar de la multiplicación y de la división por dos cifras.

1.1.1. Una mirada centrada en las obras matemáticas propuestas

En la TAD se plantea la necesidad de *reconstruir* las *obras matemáticas* seleccionadas en el currículo en cuanto obras que deben ser estudiadas y no sólo enseñadas (Chevallard y otros, 1997). Las obras humanas responden siempre a un problema o colección de problemas, de necesidades planteadas tanto en el ámbito de la matemática como fuera de ella. Para estudiar una obra matemática, abordarla, los autores proponen un modelo en el cual identifican cuatro componentes principales.

En primer lugar, hay una *tarea* a resolver, o tipos de tareas, que inicialmente nos resulta problemática, es decir que no es una actividad rutinaria que podamos realizar de forma inmediata. Ante ello, tendremos que disponer de un “modo de hacer” esa tarea, que no necesariamente es único para cierto grupo de personas (por ejemplo, los alumnos de una clase). Llaman *técnica* a cada una de esas maneras de hacer. Los algoritmos[2] son un tipo especial de técnica, ya que las acciones están totalmente determinadas.

Para que una técnica pueda ser utilizada de manera sistemática, que se adapte a ciertas modificaciones que se presentan en los tipos de tareas, es necesaria una *tecnología*, la cual constituye un discurso interpretativo y justificativo de la técnica y de su ámbito de aplicabilidad o validez. A su vez, la tecnología es en general un discurso matemático que requiere una interpretación y justificación, ese nuevo nivel de discurso se denomina *teoría*.

Podemos interpretar desde esta perspectiva a los algoritmos oficiales, en particular los de multiplicación y división por bidígitos, como un tipo de técnica. ¿Cómo se pueden “construir” esos algoritmos, tal como lo enuncian los Diseños Curriculares Provinciales? ¿Cuál es el sentido de expresiones como “me llevo”, “tomo”, “está de”, “le pido”, “no me alcanza”? A través de ejemplos numéricos, ilustraremos la tarea a resolver, el modo estándar de hacerlo y la justificación correspondiente.

Veamos el algoritmo usual de la **multiplicación.** La tarea es calcular 23 x 12, producto que surge por ejemplo de la resolución de un problema. En lo que sigue vemos a la izquierda la cuenta resuelta 23 x 12 según una técnica que es la oficial. A la derecha vemos la misma

[2] La palabra “algoritmo” designa una regla o un procedimiento sistemático para hacer algo en un número finito de pasos. El procedimiento para hacer una cuenta, por ejemplo una suma, se denomina *algoritmo de la suma*. La palabra algoritmo proviene del nombre de un matemático árabe del S IX, Al Khawarizmi, quien escribió sobre reglas de cálculo y sistemas de numeración.

tarea resuelta con otra técnica donde, en una disposición espacial diferente, hacemos visibles las operaciones involucradas.

	2	3
x	1	2
	4	6
2	3	
2	7	6

	2	3		
x	1	2		
		6	←	2 x 3
	4	0	←	2 x 20
	3	0	←	10 x 3
2	0	0	←	10 x 20
2	7	6		

Otra escritura posible en la cual se hace visible la técnica oficial de cálculo es:

23 x 12 = 23 x (10 + 2)

= 23 x 10 + 23 x 2

= (20 + 3) x 10 + (20 + 3) x 2

= 20x10 + 3x10 + 20x2 + 3x2

= 200 + 30 + 40 + 6 = 276

Veamos otro ejemplo donde la tarea es resolver 251 x 58 y con una escritura que espacialmente ocupa un renglón, mostramos una técnica:

251 x 58 = (200 + 50 + 1) x (50 + 8) = 10000 + 2500 + 50 + 1600 + 400 + 8 = 14558

La misma cuenta, escrita verticalmente, en una versión oficial y en otra con mayores explicitaciones es:

		2	5	1
		x	5	8
	2	0	0	8
1	2	5	5	
1	4	5	5	8

		2	5	1		
		x	5	8		
				8	←	8 x 1
		4	0	0	←	8 x 50
	1	6	0	0	←	8 x 200
			5	0	←	50 x 1
	2	5	0	0	←	50 x 50
1	0	0	0	0	←	50 x 200
1	4	5	5	8		

Cuando alguien sabe resolver esta cuenta de una manera rutinaria, dice: 8 por 1, ocho; 8 por 5 cuarenta, anoto cero y me llevo 4; 6 por 2 dieciséis y 4 veinte… En realidad, como lo muestra la simbolización de la derecha, está resolviendo: 8 unidades por 1 unidad, da 8 unidades; 8 unidades por 5 decenas, da 40 decenas o 400 unidades, de allí que en el lugar de las decenas queda 0 y se forman 4 centenas (no se la lleva a ninguna parte, la conserva para sumarla con las otras centenas); 8 unidades por 2 centenas da 16 centenas, a las cuales le agrego las cuatro centenas anteriores y obtengo 20.

Al multiplicar por el 5 de 58, estamos multiplicando por 50, de allí que cada cifra del 251 tome el valor de la consecutiva a su izquierda multiplicada por 5: el 1 de las unidades se convierte en 5 decenas y por eso "dejo un lugar" debajo de las unidades, porque estoy en el orden de las decenas, las 5 decenas en 25 centenas y el 2 de las centenas en 10 unidades de mil. El cálculo mental asociado es, por ejemplo, para el "5 por 5": 50 x 50 = (5 x 5) x (10 x 10) = 25 x 100 = 2500

Las igualdades expresadas son verdaderas debido a las leyes que rigen el sistema posicional de numeración decimal y a las propiedades asociativa de la multiplicación y de la suma, y distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. Como vemos explícitamente aquí, el cálculo por la unidad seguida de ceros es constitutivo del algoritmo. Además, la técnica es la misma cuando se multiplica por 12 o por 58 (o cualquier otro polidígito), solo que en este último caso, hay una mayor frecuencia de transformaciones expresadas en términos de "me llevo". La escritura provisoria de los números complejiza la distribución espacial y la toma de decisiones en cuanto a qué números son los que hay que multiplicar, a quién hay que sumarle y dónde se escribe cada uno. Las posibilidades de cometer errores aumentan significativamente.

Con respecto a la **división**, en una etapa de búsqueda, los alumnos pueden resolver problemas que en la escuela se identifican como de división (es decir, cuando esa operación es la que económicamente lo resuelve) con otros cálculos, tal vez más largos, pero más sencillos y comprensibles para el usuario. Así, por ejemplo cuando se plantea cuántos ómnibus de 45 asientos se necesitan para transportar 325 obreros, hay diferentes resoluciones posibles:

a) Se pueden ir llenando ómnibus y sumando varias veces 45 hasta ubicar a todos los obreros.

45 + 45 = 90, en dos unidades van 90 obreros,

90 + 45 = 135,

135 + 45 = 180,

180 + 45 = 225, y ya se completaron 5 ómnibus

225 + 45 = 270,

270 + 45 = 315, se completaron 7 unidades y nos quedan 10 obreros, así que serán necesarios 8 ómnibus. (Algunos piensan entonces en invitar a otros colegas, amigos, vecinos, para completar el pasaje.)

b) Partiendo del número de obreros, va llenando colectivos y restando de manera reiterada 45:

325 – 45 = 280, se llenó un ómnibus y quedan aún por ubicar 280 personas

280 – 45 = 235,

235 – 45 = 190

190 – 45 = 145, y se llenaron ya 4 ómnibus,

145 – 45 = 100,

100 – 45 = 55

55 – 45 = 10, se completaron 7 ómnibus y quedaron 10 personas, hace falta un ómnibus más.

c) Combinando sumas y multiplicaciones para aproximarse desde 45 a 325 más rápidamente. Por ejemplo duplicando:

90 personas, llenan 2 ómnibus,

180, 4

360… nos pasamos; 270 personas completan 6 ómnibus, quedan 55 personas así que se necesitan 2 ómnibus más: uno completo y en el otro 10 personas…

d) Calculando con una división cuántas veces entra 45 en 325.

325 | 45
10   7

325 = 7 x 45 + 10 lo cual se puede interpretar como: se completan 7 ómnibus y hay 10 personas que “sobran”, es decir que se necesitan 8 colectivos.

¿Por qué habitualmente se piensa en la división como reparto y aquí buscamos cuántas veces entra un número, el divisor (45), en el dividendo (325)?

Tal vez, para realizar el análisis, convenga retomar la definición de división en el conjunto de los números naturales.

Dados dos números naturales **a** y **b, b ≠ 0,** es siempre posible encontrar un único número **c** y un único número **r** tales que

a | **b**
r   **c**

a = **c** x **b** + **r** siendo **0 ≤ r < b**

Cuando el resto es cero, la expresión **a = c x b + r** queda **a = c x b**, lo cual indica que el dividendo (a) es múltiplo del divisor (b)[3]. ¿Por qué? Porque esa expresión está diciendo, para ciertos lectores, que si multiplicamos a **b** por un número natural **c**, obtenemos **a**. En otras palabras, nos dice que **b** entra un número **c** de veces en **a** y el resto es cero.

Cuando **r** es distinto de cero, entonces tenemos que **a** está entre **c x b** y **(c + 1) x b**.

[3] Esa expresión también dice que a es múltiplo de c.

Con esta definición, las propiedades del sistema posicional de numeración y las relaciones entre las diferentes operaciones, podemos interpretar qué hacemos al resolver una división. Supongamos que se trata de 2422: 23

2	4	2	2		2	3
	1	2	2	1	0	5
			7			

El discurso que acompaña a la escritura dice: *tomo veinticuatro, el veintitrés está de uno*, y anotamos **1** en el cociente, y *sobra uno* que anotamos debajo del 4. Sigamos.

Bajamos el dos, doce, el veintitrés no entra en el doce, anotamos cero en el cociente y *bajamos el otro dos. Ciento veintidós, está de cinco,* anotamos 5 en el cociente y *sobra siete*. ¿Por qué hacemos así y da correctamente? ¿Qué valor tiene el **1** que anotamos en el cociente, es decir en qué posición está? ¿Y el **1** que anotamos debajo del **4**? ¿No podemos anotarlo en otro lado? ¿Por qué *bajamos el dos* justo hasta que quede al lado del **1** y se forme entonces el **12**? Ese número doce son decenas, o sea **120** unidades, ¿es cierto que **23** no entra en **120**? ¡Claro que no! Entra unas cinco veces, y sin embargo anotamos cero en el cociente… Y *bajamos el otro dos,* hasta el **12** para formar el **122**.

Como el resto es distinto de 0, podemos escribir la relación entre esos números como:

23 x 105 < 2422 < 23 x 106

En el algoritmo de la derecha, hay una división resuelta con aproximaciones sucesivas por multiplicación y resta, que muestra más explícitamente los pasos que se siguen en el algoritmo.

2	4	2	2		2	3
2	3	0	0	1	0	0
	1	2	2			5
	1	1	5			
			7			

El 23 en el 2400, entra por lo menos 100 veces. ¿Cómo sabemos eso? Porque aproximamos con un cálculo mental. Multiplicamos por 23, obtenemos 2300, restamos y da 122. Ahora tenemos que ver cuántas veces entra 23 en 122, intentamos con 5.

Ese número 5 multiplicado por 23 da 115, restamos y da 7. Según la definición de división, ese es el resto ya que es menor que el divisor.

Puede darse el caso de que las aproximaciones no sean tan adecuadas, y entonces el algoritmo no salga tan prolijo, pero de todas maneras esas aproximaciones por multiplicaciones y restas están en la base del algoritmo estándar.

Si en la enseñanza se pretende construir dicho algoritmo con justificación de la técnica, es necesario pensar en un proceso durante más de un año. No solamente es necesario saber las tablas de multiplicar (tal vez la búsqueda de regularidades en las tablas se quede en eso) sino también servirse de las propiedades del sistema y de las operaciones para descomponer adecuadamente los números y escribirlos en el lugar que corresponde.

Sin lugar a dudas, los algoritmos estándares pueden ser mirados como una obra humana, y en tal obra hay una organización de la actividad que no es única. Los caminos que conducen a la construcción de una técnica pueden ser diversos. Por ejemplo, al analizar el problema de averiguar cuántos ómnibus se necesitan para transportar a cierto número de personas, estamos ante una tarea que inicialmente puede ser problemática[4]. Como vimos, hay diferentes modos de resolver dicha tarea: a través de sumas o restas reiteradas, aproximaciones por multiplicación y resta, con una división. Nos encontramos con diferentes técnicas.

Para ese caso particular[5], mostramos qué tecnología subyace a la técnica que es la privilegiada como objeto de enseñanza en 4º grado.

La ausencia de un proceso de estudio de las obras matemáticas (que incluya no solamente técnicas sino también los discursos que las justifican) conduce, como a menudo sucede en las matemáticas de los diseños curriculares y también en las prácticas de enseñanza, a la innegable *atomización* (en términos de la TAD) de las tareas planteadas, acompañada de cierta rigidez en las técnicas que se utilizan para abordar dichas tareas. Las siguientes tres citas extraídas de las transcripciones de los registros de clase de nuestro trabajo de campo nos permiten ilustrar lo dicho:

> D: ¿Han observado bien? ¿Vieron algo en común en estas multiplicaciones?
> (…)
> Manuel: Que si es por diez, le agrego un cero del diez, y si es por mil le agrego los tres ceros del mil.
> D: ¡¡Ah!!...cuando multiplicaron por diez, qué les dio (…) ¿Cuántos ceros le pusieron?
> Varios: Uno.
> D: ¿Y en el mismo caso que multiplicamos por cien?
> Varios: Dos.
> D: ¿Y si multiplicamos por mil?
> Varios: Tres (…)
> (…)
> D: El catorce *(señala en el pizarrón el 14 en "14 x 10")* ¿Cuántas cifras tiene?
> Varios: Dos
> D: Y al multiplicar por diez ¿cambió este catorce? (…) ¿Le sacamos el uno, o le sacamos el cuatro para calcular el resultado?
> Varios: No.
> Juan Cruz: No le agregamos un cero.
> Transcripción de audio registro Nº 11: 1

Y en esta misma clase, la escritura de la docente en el pizarrón…

> "Conclusiones: Todo número multiplicado por 10; por 100; o por 1.000;…; da como resultado ese mismo número, y le agregamos los ceros que tiene el 10; el 100; el 1.000;…"

[4] Hay una amplia gama de problemas de distribución, a resolverse con números naturales, que pueden responder al mismo tipo.
[5] Mostramos propiedades del sistema de numeración posicional y de las operaciones para los números que intervienen en el problema, no tuvimos la intención de generalizar esas componentes de las obras matemáticas en cuestión.

Transcripción de audio registro Nº 11: 6

Así como se introdujo la técnica para multiplicar por la unidad seguida de ceros, aparece la técnica que corresponde a dividir por potencias de diez:

> "D: Cuarenta y cinco… sin este cero *(señala el cero en 450).* Entonces en las divisiones por diez, por cien, por mil… cuando yo divido un número que termina en cero… ¿qué pasa en las di-vi-sio-nes?
> Javier: Los ceros se van
> D: ¿Se le agregan ceros o se le quitan?
> Varios: Se le quitan"
>
> Transcripción de audio registro Nº 31: 9

En estos ejemplos estamos ante una técnica desprovista de sustento, pero los alumnos no preguntan las razones de esos modos de hacer. Tal vez, en sus pocos años de escolaridad, están aprendiendo a no cuestionarse sobre los saberes que circulan en el aula.

1.1.3. Una mirada centrada en las interacciones

La TSD propone una modelización de los procesos de transmisión de los saberes matemáticos, de las posibles interacciones del profesor y de los alumnos comprometidos en una actividad matemática. Dicha modelización se lleva a cabo a través de la noción de situación:

> "(…) Una "situación" es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. (…) La situación es, entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente que la considera como una herramienta."
>
> (Brousseau 2007:17)

Brousseau recurre a la noción de *medio,* como un subsistema de una situación, organizado en torno a un saber bien determinado que inicialmente resiste a las intervenciones del alumno pero que cuenta con condiciones tales que favorecen su aprendizaje.

La noción de *contrato didáctico* es fundamental en la TSD, ya que permite analizar las responsabilidades recíprocas entre el docente y los alumnos con respecto al objeto de enseñanza. Al interactuar con la clase el docente se relaciona a través de la palabra pero muchas veces de manera implícita –silencios, tonos de voz, gestos, posición del cuerpo, modificación de la distancia con un alumno o un grupo- para hacer avanzar el objeto de estudio. Dado que lo fundamental de esa interacción es implícito, el contrato didáctico vigente se pone de manifiesto por las rupturas, es decir cuando uno de los actores (el profesor o los alumnos) no responde a las expectativas del otro.

Más explícitamente,

> "…herramienta teórica que da cuenta de las elaboraciones con respecto al conocimiento matemático, que se producen cuando cada uno de los interlocutores de la relación didáctica interpreta las intenciones y las expectativas del otro, en el proceso de comunicación.(…) El contrato didáctico es un "juego sutil" que propicia la negociación de significados, la transmisión de normas matemáticas.
>
> (Sadovsky 2003: 18)

Las responsabilidades mutuas varían, el contrato no es estático, se modifican los plazos temporales para resolver diferentes actividades, se permite o prohíbe el uso de determinados recursos (mutuamente, docente y alumnos), etc. Los contratos dependen del objeto de estudio y también, en directa relación con la problemática de este trabajo, de la novedad o antigüedad de ese objeto. Así es muy común encontrar situaciones efectivas de enseñanza donde el docente está dispuesto a "explicar" un tema reiteradamente porque lo considera nuevo, pero cambia la actitud cuando es un tema ya enseñado por él o supuestamente conocido de los alumnos.

> "El contrato didáctico usual asigna roles bien diferenciados al docente y al alumno que nosotros resumimos brevemente:
>
> 1) El docente
>
> Tiene la responsabilidad de comunicar el saber y controlar que lo que el alumno aprendió es acorde a la relación oficial con el saber. Además, debe dar cuenta ante instancias oficiales, padres de alumnos y alumnos del avance del tiempo didáctico.
>
> Teóricamente, tiene libertad en la elección de los medios.
>
> 2) El alumno
>
> Tiene la responsabilidad de efectuar los gestos de alumno asignados por el profesor, no de manera pasiva, sino "motivado". Estos gestos varían según las elecciones didácticas de los docentes."
>
> (Berthelot y Salin 1992: 81)

Nos resulta particularmente interesante en términos de negociación de los contratos didácticos vigentes, interpretar ciertas decisiones que toma la docente observada, en función de esas responsabilidades asumidas o supuestamente presentes, cuando en el transcurso de una clase percibe el fracaso de su acción de enseñanza. De acuerdo con un esquema elaborado en el marco de la TSD. (Brousseau, 2002: 90), es posible realizar un análisis según diferentes trayectorias que se originan en la percepción del fracaso en la enseñanza y su reconocimiento, de modo implícito o explícito ante la clase.

Cuando es implícito, intenta recuperar su posición de enseñante "reduciendo" el problema y llevándolo a un "aprendizaje desmenuzado" o "atomizado" en términos de la TAD. Por ejemplo, inicia en una clase la lectura y comparación de números de 8 cifras (tomados de los DNI de los alumnos) y luego "reduce" la complejidad proponiendo la actividad "Números en el colectivo" *(Transcripción de observaciones 15 de marzo)*, que demanda la comparación de un universo de números de dos y de tres cifras. O también, ejerciendo su derecho a cambiar los medios utilizados en la enseñanza, cambia los recursos utilizados. Por ejemplo con los boletos del cine que se guardan en paquetes de a 100 y se logra armar 10 de esos paquetes, se pasa a la evocación de dinero. *(Transcripción de observaciones 15 de marzo y también del 20 de marzo).*

En otras oportunidades, el reconocimiento de fracaso en el intento de enseñanza es explícito, y entonces la docente responsabiliza por los errores al conocimiento, destacando la "complejidad" como algo inherente al objeto en sí mismo...

> D: Mirá, en algunos casos cuando yo hago reunión de madres, les digo: "ustedes no les digan nada, ayúdenlos pero no les digan nada". Un día vinieron a una reunión y yo les enseñé a un grupo de ellas *(de madres)* cómo hacíamos la división, porque el de la multiplicación no es tan complicado, sí el de la división. (…). Hay chiquitos que por ejemplo el año pasado les enseñaron los padres con la resta y no había forma de sacarles la resta; (…) No me convence que la hagan así, los retrasa, (…) Ésa resta es difícil de sacarla después.
>
> Tercera entrevista: 4

> D: Chicos, algunos me han estado contando que han recibido ayuda a la hora de practicar divisiones, y yo les quiero decir que me parece bárbaro que así sea, porque ustedes están recién aprendiendo (…). Entonces, para aprender a dividir, también es bueno que el papá, la mamá, el tío, la abuela, el vecino, les puedan ayudar.
>
> Transcripción de audio registro Nº 36:1

Puede también que ella haga recaer esa responsabilidad sobre los alumnos ("D: ¿Y saben por qué me están mirando así, como no entendiendo lo que la seño dice?.... porque no han estudiado las tablas" – *transcripción de audio registro Nº 16. "*Gonzalo: Seño yo no entiendo. D: Eso es porque faltás mucho Gonzalo" *Transcripción de audio registro Nº 12: 3*); o asumirla como propia, y es entonces cuando, en términos de lo expresado por Berthelot y Salin (1992), va por la enseñanza formal dando los títulos de las actividades como temas matemáticos o institucionaliza lo tratado en la clase. Así, excepcionalmente inicia la clase escribiendo en el pizarrón: "Las decenas de mil" *(Transcripción de observación 26 de marzo).* O en el ejemplo de la enseñanza de la técnica de multiplicar por potencias de 10, escribe en el pizarrón las conclusiones, cambiando el estatus del discurso: del reconocimiento de regularidades en los ejercicios a una regla de cálculo válida para ciertas multiplicaciones.

También, por las características del grupo de alumnos, podemos destacar una serie de reclamos de éstos ante determinadas decisiones de la docente. Cuando una propuesta no funciona, por ejemplo a nivel simbólico (de escritura de números), la docente comienza a evocar recursos utilizados en el primer ciclo durante la enseñanza de los números: ataditos, palitos, dinero, etc. Varios alumnos, con énfasis, reclaman que eso "es de primer grado".

> D: Bueno, vamos a hacer la representación como hacían ustedes en primer grado con los palitos.
> Franco: ¡¡Ay no!!...
> Lourdes:¡¡¡¡No, ya!!!!...
> Valentina: ¡Qué nos vas a dar también la casita! (*todos se ríen*) con la decena, la unidad, ¡ay no!
> Andrés: No seño, no nos hagas eso por favor te lo pido.
> Lourdes: Retrocedemos a primerito, con los palitos, los chupetines y los chiquitos.
>
> Transcripción de audio registro Nº16:1

Andrés: Seño., creo que me equivoqué de aula…
D: ¿Que te equivocaste?... ¿Por qué?
Andrés: Porque esto de diez dividido dos es muy fácil; es de primero.
Transcripción de audio registro Nº 10:3

Como ya mostramos en esta introducción, las interacciones de los alumnos con el medio organizado por la docente están fuertemente condicionadas por la intervención permanente de la misma docente. Centraremos el estudio de dichas interacciones en cuestiones vinculadas a la multiplicación y a la división por bidígitos.

1.2. Perspectiva etnográfica

Como ya hemos señalado, en el presente trabajo estudiamos los procesos e interacciones que se despliegan en un aula de matemática de 4º de la EGB, al momento de la presentación y tratamiento de las "nuevas exigencias" en relación a los números naturales y sus operaciones, teniendo en cuenta la gestión del docente y las acciones que los alumnos realizan frente a dichos objetos. Además de las perspectivas teóricas de la Didáctica de la Matemática, decidimos optar por la perspectiva etnográfica ya que se constituye en una vertiente fundamental que ayuda a construir el objeto a estudiar y a elaborar las posibles interpretaciones de sus actores.

La necesidad de cercanía con los actores, para los fines perseguidos por este estudio, nos llevó a buscar el aula en donde se realizaría el trabajo de campo. Como lo señala Gallart, (1993); el campo de observación del investigador es a priori infinitamente amplio y su definición depende de las características del objeto del estudio que se proponga realizar. El campo, según Cambessie, (2005: 23), es un término tomado de la Antropología para designar lo que es, a la vez, objeto de estudio y el lugar de estadía. Lo que allí se lleva a cabo es el trabajo de campo cualitativo que, desde Gallart (1993), podría considerarse como una espiral que se va completando en ese ir y venir entre información y análisis y requerimiento de nueva información. La observación está asociada con el descubrimiento y supone "pasar una temporada en el campo" (Cambessie 2005: 23).

El observador entra en el campo muñido de un problema, una aproximación conceptual que le señala rubros conceptuales amplios, en los que centrar su interés y un lugar, escenario o categoría de personas que le brindarán la información a partir de los cuales desarrollará su estrategia de investigación (Gallart; 1993).

Para Cambessie (2005:23); "La observación está asociada con el descubrimiento, "observar", es "vivir con" o, al menos, estar próximo, estar a mano; es mirar de cerca. Es también exponerse (a las miradas, a la atención, a los comentarios, a las preguntas, y a cualquier otra forma de tratamiento social)". Los primeros tiempos de la investigación, agrega este autor, serán de carácter exploratorio. Se requiere de un estado de ánimo particular y una vigilancia metódica: el investigador debe estar al acecho. En este momento es cuando se debe agudizar esta doble atención que implica, por una parte atención a la novedad, a lo desconocido ("estar preparado para ser sorprendido"), y por otra, atención a sí mismo en tanto que extraño a esa novedad; consciente de su diferencia y del trato que recibe. Esta disposición se sostiene en un plan general de observación y en una serie de guías más específicas tales como notas de campo, registros de audio, y otros[6], que supone registrar con la mayor precisión e inmediatez posible, todo lo que es observado. A su vez es necesario analizar con frecuencia y regularidad lo que ha sido registrado. Dicho análisis va orientando todo el plan y otorga elementos que contribuyen a la preparación de un nuevo estado de las guías.

Rockwell, (1987: 13) menciona que el hecho de permanecer en el campo, hace que los encuentros y las situaciones que se van desplegando sean cada vez más ricas (a favor de lo que pretende estudiar), y esto resulta del proceso paralelo de "conocer el lugar", percibir lo significativo de cada nueva situación y a poder conversar sobre los sucesos que interesan localmente. Consideramos muy valiosa la inclusión de la voz de los sujetos de la localidad observada como un elemento más que ha de otorgarle sentido a nuestro análisis. Es por eso que hemos intentado "capturar" mediante diferentes técnicas de recolección, la voz de la docente[7], como así también las clases en donde se hallan manifiestas tanto su voz como la de los alumnos.

En lo que respecta a la modalidad de recolección, suponemos que generalmente son mucho más valiosos los fragmentos más textuales del discurso que el resumen de todo lo que acontece, en palabras del observador; en este sentido, la transcripción de los discursos grabados se presenta como lo más cercano a la textualidad. No obstante, coincidimos con Rockwell (1987) cuando afirma que esto nunca es del todo posible aún cuando se graba, ya que al escuchar y transcribir continuamente interpretamos de alguna manera lo dicho por el hablante. Al registrar se nos escapan palabras y frases desconocidas, olvidamos nuestras propias intervenciones, resumimos el sentido de lo dicho, eliminamos repeticiones, etc.

Es también aquí donde necesitamos consultar permanentemente con nuestras notas de campo, que ayudan a enriquecer, a ampliar esta tarea y en cierto modo ofrecen elementos que van poniendo sobre relieve el sentido de aquello que se dijo y se escuchó.

[6] Para una profundización de su modalidad e utilización, véase Capítulo 1; Fuentes de indagación.
[7] Ib.

1.3. Abordaje metodológico

Tal como lo habíamos anticipado, nuestro trabajo demandó, por un lado una tarea que nos pondría en contacto con los DCP, y por otro una inserción en el campo durante un transcurso de tiempo relativamente prolongado (desde el inicio del ciclo lectivo, -marzo de 2007- hasta noviembre del mismo año).

Iniciamos la búsqueda de una institución que nos abriera sus puertas como "extranjeros", permitiéndonos realizar nuestro trabajo de campo. Sabíamos que no era posible una inserción al azar, ya que nuestra búsqueda tenía ciertos condicionantes inherentes por un lado, a los objetivos de nuestro estudio y por otro, a las garantías de permanencia y continuidad del observador en el lugar. Esto requeriría, en primer lugar, la permanencia en el cargo del docente del área, ya que la observación y registro de clases dictadas por docentes ad-honorem, practicantes, suplentes, etc., haría muy complejo nuestro trabajo con este material y con las posibles vías de análisis que decidiéramos emprender. En segundo lugar pero con igual carácter de importancia, éramos conscientes de que se necesitaría de cierta predisposición por parte del docente ya que se había previsto anticipadamente un período de permanencia bastante prolongado. Necesitábamos además insertarnos en una institución que estuviera dentro de la misma zona de residencia del observador, para hacer sostenible esta tarea durante todo el período.

Una cosa teníamos como certeza al inicio de esta búsqueda: el trabajo de campo se haría en una escuela de gestión pública. En esta certeza primó el criterio de accesibilidad, bajo el supuesto de que las regulaciones institucionales del sector público son más permeables que las de los sectores privados; y que los sectores públicos, justamente por serlo se vuelven susceptibles de ser observados. Pero además, si consideramos que los problemas didácticos son problemas políticos, dada la responsabilidad estatal de provisión de condiciones de escolarización que posibiliten la realización de un proyecto social de distribución del saber, esta opción adquiere otro carácter (Terigi, 2004). Trabajar en escuelas públicas, cuyas condiciones de escolarización están más constreñidas por decisiones estatales, conlleva también a que esta investigación puede aportar a generar conocimiento sobre la necesidad de provisión de otras condiciones.

Con estos condicionamientos previos, fue que emprendimos la búsqueda, pasamos por distintas escuelas hasta que finalmente se realizó el trabajo en la tercera que visitamos. Las decisiones que llevaron a la elección de dicho establecimiento responden en primer término, a que reunía las condiciones antes expuestas, pero además a que, desde un primer momento se percibieron características muy favorables para el desarrollo de nuestro trabajo, entre las que se podrían mencionar los siguientes:

- Interés de los directivos por “incluir miradas externas”.
- Clima institucional propicio para este tipo de trabajos; buena aceptación por parte de todos los actores institucionales.
- Muy buena predisposición y colaboración por parte del docente a cargo del área de Matemática para participar del trabajo.
- Salón de clases con un total de 25 alumnos (que luego serían 27), lo que propicia una observación y registros más detallados de los procesos puestos en juego.

Apostamos a que todo esto, nos permitiría “mirar” e indagar en dirección a los objetivos mismos del estudio, optamos entonces por realizar el trabajo de campo en una escuela pública del nivel primario, perteneciente a una localidad del interior provincial, ubicada a unos 40 Km de Córdoba Capital con un número de habitantes que supera los 40.000.

La escuela atiende a una población de 280 alumnos, en su mayoría habitantes de los barrios aledaños al establecimiento, quienes se hallan distribuidos del 1º al 6º de la EGB, en los turnos mañana y tarde.

Llevamos adelante nuestro trabajo de campo en 4º por medio de la observación directa y el registro etnográfico de aquellas clases de Matemática relativas al Eje “Números y operaciones” hasta la culminación de la enseñanza de la multiplicación y de la división por bidígitos.

Consideramos que vale la pena destacar algunas de las características generales del grupo-aula observado, que se hallan relacionadas con nuestro tema de estudio. Se pudo observar que durante el tratamiento de los diferentes objetos, los alumnos en su mayoría se mostraban con escasas inhibiciones, ya sea al momento de explicitar sus dudas, de buscar o probar modos de resolución, de comunicar resultados, como así también de reclamar a la docente por cuestiones relacionadas a la utilización o propuestas de ciertas actividades o recursos didácticos adoptados por ella. La maestra observada se refirió a este cuarto como un “grupo magnífico”; “responsables”, “dispuestos a hacer cosas que se dificultarían con otro grupos”, grupo cuyos integrantes “aprendieron a mirarse entre ellos y (…) se copiaron el deseo de superarse” (1ª Entrevista: 7). Los alumnos manifestaban apertura y aceptación ante la presencia del observador, y esto contribuyó notablemente a que se fueran abriendo situaciones naturales que eran cada vez más importantes para el conocimiento de los procesos que se querían estudiar. Cada vez se hacía posible el acceso a situaciones más formales o delicadas, y también más personales y privadas. Esa confianza que se va adquiriendo por estar allí y por la permanencia en el campo, le va permitiendo al observador presenciar situaciones en que se manifiestan procesos y conflictos que normalmente se ocultan frente al extraño.

Fuentes de indagación

La principal fuente de datos cualitativos proviene de aquello que ocurre durante una secuencia de clases. Los mismos han sido recogidos mediante registros de audio, observaciones y notas de campo, teniendo en cuenta que nos interesan particularmente las expresiones públicas vertidas en las interacciones entre docente y alumnos, y entre alumnos. Como ya lo anticipamos, el currículum oficial (DCP) se constituye también en una fuente importante de datos, y la voz de la docente de 4º, por medio de una serie de entrevistas semi estructuradas, ha de posibilitarnos el acceso a una mirada sobre estas dos fuentes.

Es necesario poner en claro que, si bien estas dos fuentes (las secuencias de clase y los documentos curriculares) son fuentes de información simultáneas, no es nuestra intención poner en tensión ni propiciar confrontación alguna entre los documentos y lo que ocurre en la clase.

La secuencia de clases: A diferencia de los estudios producidos originalmente desde la perspectiva de la Teoría de Situaciones Didácticas en ámbitos de investigación, en nuestro trabajo nos remitiremos a clases comunes, es decir aquellas en las que el investigador no interviene en el diseño del proyecto didáctico del profesor, dado que no han sido diseñadas con fines de investigación sobre la enseñanza de alguna noción. Tomando como referencia lo expresado por Sadovsky (2003: 9) *"Si bien la Teoría de Situaciones surge con el propósito de modelizar la enseñanza desde una cierta concepción (...), en los últimos años se ha realizado un trabajo teórico importante para extender sus conceptos de manera de poder adaptarlos al estudio de clases ordinarias."*

Consideramos que sólo en el funcionamiento de la clase común, en donde se da "una diversidad cognitiva mínima" (Sadovsky 2003: 6), podrían identificarse aquellos procesos e interacciones puestos en juego por los alumnos, ante la emergencia de nuevas exigencias, profundizaciones y novedades. Asimismo, cobra importancia aquí la figura de un docente como sujeto que regula tales acciones.

Los documentos curriculares: Inicialmente, antes de identificar cuál sería el documento curricular analizado en tanto referente de decisiones vinculadas a la enseñanza de la docente observada, se realizó un primer análisis descriptivo de los sentidos y componentes de los documentos curriculares que circulaban en el momento de realización del trabajo de campo (DCP y NAP) para adentrarse y familiarizarse con su lógica. De esa primera descripción comunicaremos en el apartado *"Análisis didáctico de los Diseños Curriculares Provinciales"* del capítulo 2, una de las claves de análisis seleccionada por su pertinencia para el objeto de esta tesis: secuenciación de contenidos a enseñar (y exigencias asociadas) entre 3º y 4º grados. Esto supuso, como señalábamos, un previo reconocimiento de la organización de esos contenidos –ejes, bloques y objetos de conocimiento- como un soporte para la lectura y el posterior análisis. Para esto último, recuperamos una clave de análisis[8] pertinente para la problemática: la secuenciación y complejidad, no con la intención de develar teorías del aprendizaje subyacentes, sino para identificar nuevas exigencias (profundizaciones /novedades) que oficien de anticipaciones de procesos posibles en el nivel áulico, dado que estos documentos constituyen una de las regulaciones de las prácticas de enseñanza áulicas.

La intencionalidad de este análisis de dispositivos curriculares no se dirige a realizar una comparación entre documentos curriculares y prácticas áulicas, nos interesamos por las explicitaciones de modalidades de secuenciación o de nuevas exigencias que permitan anticipar algunas dinámicas posibles presentes en las prácticas docentes. Si bien existen otros referentes que inciden en dichas prácticas (por ej. tradiciones docentes), optamos por iniciar el análisis con esa fuente documental, considerando que éstos no se agotan en las prescripciones dado que existen procesos de aceptación, rechazo, redefinición, que operan sobre lo prescripto y contribuyen a transformarlo (Terigi, 1999). No obstante, en el análisis de estos procesos lo prescripto es un buen punto de partida aunque no sea el punto de constitución de los mismos. Adoptamos entonces como objeto de análisis una de las objetivaciones de lo prescripto, la de la escala política: los documentos curriculares.

Entendemos este carácter regulativo del currículum no como absoluto, sino más bien en términos de especificación en el ámbito áulico de lo prescripto en la escala política (Terigi,

[8] Según Alterman (2008), "Las tres claves del dispositivo [curricular] son: a) Los conocimientos escolares legítimos (criterios de selección de contenidos); b) La clasificación en el currículum (criterios de organización de los contenidos); y c) Las teorías de enseñanza y de aprendizaje subyacentes (criterios de secuenciación de contenidos)" (p.1). Como señaláramos recuperamos la tercera clave en este análisis que "…corresponde a los criterios de secuenciación de contenidos. Secuencia supone orden y relación en la enseñanza. A la base de estos criterios operan teorías de enseñanza y de aprendizaje, o sea, modos de concebir la práctica de transmisión de los contenidos y modos de entender cómo se apropian los sujetos del conocimiento escolar." (Alterman 2008: 16). Según la misma autora, "Interrogar al *curriculum* como proyecto global formativo desde esta clave implica analizar la progresión y complejidad que se plantea en el tratamiento de los contenidos. Ello introduce la dimensión didáctica en el análisis de diseños y prácticas curriculares, en particular de las didácticas específicas (…) Se promueve de este modo una discusión esencial que entendemos debe instituirse en el proceso de elaboración del Proyecto Curricular
Institucional: poner en relación el plano de lo curricular con el plano de la enseñanza y el aprendizaje."
(Alterman 2008:18)

1999). Esto supone no sólo reconocer la eficacia de la prescripción en la determinación de lo que ocurre en el nivel institucional y en el ámbito áulico, sino también, la eficacia de estos ámbitos en la transformación de esa prescripción. Terigi (1999) plantea que esta redefinición de las hipótesis habituales (de aplicación y de disolución) de interpretación del vínculo entre curriculum y enseñanza, entre la escala de la gestión política y la del aula, conlleva centralmente retomar el lugar del sujeto (no como ejecutor, como sostiene la hipótesis de aplicación; ni como hiperracional, como plantea la hipótesis de disolución) reconociendo sus acciones frente a lo prescripto en el interjuego entre control y apropiación (no es sólo aplicación, es significación, transformación), entre prescripción y realización. Esto tiene como efecto procesos de especificación del curriculum.

Las entrevistas Tal como lo señalan *Forni, Gallart, Vasilachis (1993),* la flexibilidad en la captación de la información es una de las características claves del trabajo de campo cualitativo, como también lo es la necesidad de captar procesos y por lo tanto de estar atento al desarrollo en el tiempo del fenómeno estudiado, las condiciones en que fueron tomadas las decisiones relevantes, los actores sociales que las tomaron y cuáles fueron sus consecuencias. Esto implica obtener información que se extiende en el tiempo, tanto sobre hechos objetivos como sobre la opinión de los participantes. Por ello decidimos complementar las fuentes de indagación con la voz de la docente de 4º, lo que nos llevó a realizarle algunas entrevistas que a su vez se constituirían en otra importante fuente que nos ayudaría a interpretar lo que sucede en el aula.

Dentro de los tipos de entrevistas posibles, decidimos diseñar y llevar a cabo una serie de entrevistas semi estructuradas/ o semi dirigidas ya que, por su flexibilidad y por su débil dirección o estructuración nos permitiría recopilar los testimonios e interpretaciones del docente, posibilitándonos además un contacto directo con el mismo. Optamos por este tipo de entrevistas ya que, según lo expresan Quvy y Campenhoudt (1999), no se trata de una entrevista que es enteramente abierta, ni se lleva a cabo mediante un gran número de preguntas precisas. Este tipo de entrevista tiene el objetivo de instaurar un verdadero intercambio en donde el entrevistado pueda expresar sus impresiones acerca de un acontecimiento, o de una situación, sus interpretaciones o sus experiencias, mientras que la tarea del entrevistador es realizar preguntas abiertas y estar atento a las reacciones que éstas provocan en su interlocutor. Entonces el entrevistador por un lado, cuida que su interlocutor pueda expresarse accediendo a un grado máximo de autenticidad y profundidad respetando sus propios marcos de referencia, su lenguaje y sus categorías mentales, y por el otro, evita que tales expresiones se alejen de los objetivos de la investigación.

Atendiendo a estas consideraciones diseñamos tres entrevistas centrándonos, durante la primera, en tres grandes ejes que contuvieran una serie de preguntas- guía relativamente abiertas, tal como se muestra en el documento anexo a esta tesis[9]: a) Indagación de expectativas de la maestra sobre este espacio de trabajo; b) Fuentes para tomar decisiones acerca de los contenidos a enseñar y c) Disposición para adentrarse en este proceso e intereses más específicos. Esta primera entrevista nos permitió profundizar en un conjunto de temáticas que dieron lugar a nuevos interrogantes; los cuales formaron parte de las otras dos entrevistas realizadas posteriormente.

[9] Véase: Anexo; Transcripción de entrevistas; Primera entrevista.

CAPÍTULO 2

El trabajo con los documentos curriculares oficiales

En la década de los noventa, el Sistema Educativo Argentino fue escenario de profundas transformaciones que impactaron fuertemente tanto en sus dimensiones organizacional y pedagógico didáctica, como así también en la conformación misma de su propia estructura.

A este conjunto de cambios para la educación se lo conoció con el nombre de "Transformación Cualitativa", y tuvo su marco legal a partir del 14 de abril de 1993, fecha en la cual el Congreso de la Nación sancionó y promulgó la Ley Federal de Educación (Nº 24.195) (LFE).

Tal como lo señala Brígido (2004: 59), "Al margen de la polémica que se generó alrededor de la LFE, su sanción marca un hito en la historia de la educación argentina (…), ya que estableció una transformación estructural del Sistema Educativo argentino, además de introducir una serie de cambios en los contenidos de la enseñanza, como así también en los procesos pedagógicos, en la gestión de las escuelas y la administración del sistema en su conjunto".

Entre los cambios más sobresalientes que introdujo dicha reforma, interesa aquí citar el modo en que quedó estructurada la anterior escuela primaria, ya que la misma fue dividida en tres ciclos dando origen a lo que hoy se conoce con el nombre de Educación General Básica (EGB). Cabe agregar que no todas las jurisdicciones adoptaron para sí los lineamientos de la LFE; entre las que se destaca la provincia de Neuquén. Asimismo, la implementación de dicha ley sufrió diferentes adaptaciones en las distintas jurisdicciones, tal es el caso de Córdoba que adoptó una estructuración diferenciada secundarizando el tercer ciclo; lo cual dio origen al llamado Ciclo Básico Unificado.

Según lo señalado por Miranda y otros (2003: 45), la EGB se constituye en una etapa obligatoria de nueve años a partir de los seis años de edad, organizada en tres ciclos, de tres años cada uno; y es considerada como una unidad pedagógica integral y no, como un agregado formal del actual primario[10] más dos años de secundario.

De acuerdo a lo que destaca además la autora, con la sanción de la LFE, la nueva estructura del Sistema educativo abandonó el ordenamiento jerárquico expresado por grados y niveles, que había adoptado desde su etapa de configuración y expansión, reemplazándolo por una organización en ciclos.

Por otra parte, el llamado "Proceso de Transformación Curricular" es considerado como uno de los aspectos nodales contenidos en la LFE, a partir del cual se llevó a cabo la "…definición del conjunto de saberes relevantes que integrarían el proceso de enseñanza de todo el país" (Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica; 1995); dando origen a dos tipos de documentos oficiales: los Contenidos Básicos Comunes (CBC) sancionados a nivel nacional; y los Diseños Curriculares Provinciales (DCP) basados en los CBC, con la respectiva adecuación jurisdiccional.

En el año 2005, los CBC fueron sometidos a una revisión, formando parte de las medidas que, al decir del Lic. Daniel Filmus (por aquel entonces Ministro de Educación, Ciencia y Tecnología), permitieran atender los altos niveles de heterogeneidad y de fragmentación que aún presentaba el Sistema Educativo Argentino. Tras dicha revisión, y por medio de la resolución Nº 214/04, quedaron identificados los *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios* (NAP), dando origen a una nueva versión del currículum oficial. No obstante, en el mismo documento se reconoce que cada provincia y cada jurisdicción ya cuenta con su propio currículum (DCP), donde los saberes de los diferentes campos científicos o culturales se hallan organizados por *áreas* y por *ciclos,* llevándose a cabo un tratamiento de contenidos estructurado a partir de *ejes temáticos*.

Estos NAP, presentan una organización de contenidos por núcleos, y significan, desde la concepción del Lic. Daniel Filmus, "…organizadores de la enseñanza, orientada a promover procesos de construcción de conocimientos, atendiendo a ritmos y estilos de

[10] Al referirse al "actual primario", la autora está teniendo en cuenta la estructuración del Sistema Educativo Argentino vigente hasta el momento de la promulgación y sanción de la LFE (Año 1995), es decir la primaria conformada por los siete años, desde el 1º al 7º.

aprendizajes singulares a través de la creación de múltiples ambientes y condiciones que lo propicien. Este conjunto de saberes se refiere a las áreas de Ciencias Sociales, Ciencias Naturales, Lengua y Matemática, para el Nivel Inicial, la Educación General Básica y la Educación Polimodal, incluyendo también materiales de apoyo para la enseñanza" (Filmus, 2005). Cabe destacar que la mencionada regulación no conlleva a una revisión de la organización de la estructura del sistema por ciclos.

En el momento de abordar la tarea de aproximación a los documentos curriculares en cuestión, tuvimos en cuenta, principalmente que, tanto los DCP como los NAP, fueron diseñados a partir de los CBC, y esto nos permitió centrarnos en los dos primeros documentos. Si bien estos documentos son contemporáneos, fueron introducidos en momentos políticos diferenciados, y respondieron a diferentes intencionalidades también. Los DCP expresan una adecuación jurisdiccional basada en los CBC, mientras que los NAP por su parte, son el producto de una revisión de los contenidos de los CBC, orientada a atender la heterogeneidad y la fragmentación existente en el Sistema Educativo Argentino, e intentan a su vez complementarse con los DCP.

Luego de realizar un recorrido exploratorio por ambos documentos, decidimos focalizar el análisis en los DCP. Tal decisión responde a la realidad expresada por distintos docentes quienes señalan que, si bien en el quehacer cotidiano ambos funcionan como documentos reguladores de sus prácticas y se los utiliza y se los consulta de modo simultáneo, su trabajo en las aulas remite fundamentalmente a los DCP por contener estos mayores detalles respecto de los objetos a tratar. Sin embargo, como un modo de responder a los requerimientos de las autoridades superiores, sus discursos de planificaciones remiten a los NAP y se muestran en cierta forma un tanto ambiguos.

> D: No, yo me guío por los NAP, porque los de la Provincia sí, los tenés para una guía, pero ya es como que…con los de la Provincia has hecho como un "colador" (¿?). Nosotros ya los hemos comparado, y hemos hecho una preselección.
> E: ¿Y A qué se debe esta idea de trabajar con los NAP y ya no con los DPC?
> D: pero no los abandonamos por completo eh… trabajamos con los NAP, más que todo porque nos piden en la inspección, y nosotros en la planificación tenemos que poner ahora qué NAP estamos usando, y a qué apuntamos.
> E: ¿Y para usted qué sería lo bueno de trabajar con los NAP?
> D: Te digo que son muy sintéticos *(lo dice como descalificando)*, muy…cortitos, o sea, son los prioritarios, prioritarios, tenés que después vos ir ampliando…"
>
> *Transcripción 1ª Entrevista*

En los DCP se observa una secuenciación pormenorizada de cada uno de los contenidos en relación al número y a sus operaciones, mientras que en los NAP, se advierte un listado mucho más acotado o más general de los contenidos en donde pareciera estar "todo" incluido. Tal vez sea la causa por la cual los docentes continúan consultando permanentemente los DCP, porque encuentran en ellos un detalle más explícito de los contenidos a desarrollar en las aulas, al respecto, tanto la docente de matemática de 4º, como la docente de lengua del mismo grado, así nos decían:

> D: Sí, todo se basa en los NAP, una vez nos sentamos e hicimos un paralelismo entre estos contenidos, *(de los NAP)* y estos *(de los DCP).* Lo hicimos y es como que cruzamos, *(Ingresa al aula en donde estamos la maestra de Lengua –DL-)* Por decirte, *(va leyendo)* "Números y Operaciones" bueno… "Interpretar, registrar…" y todo lo que te pide acá. Entonces los vas como ensamblando más que cruzando…. ¿no?... *(Le pregunta a la maestra que acaba de ingresar),*
> DL: ¡Sí! ¿Qué pasa con los NAP? Que son muy amplios, en cambio, en los DCP, los contenidos están más detallados o más desmenuzados por así decirlo.
> D: Es como que de acá *(los DCP)* tenés que cumplir más, pero es como que ya te los sabés. Los NAP, son como unos objetivos, son muy generales.
> DL: ¡Sí! Por eso te digo, estos son mucho más amplios *(los NAP)* y estos son mucho más detallados *(los DCP)* y es lo que vos tenés que ir dando, los contenidos. Cuando vos más o menos empezás a leer acá por ejemplo en las operaciones con números naturales, todo lo que dice en los DCP, y en los NAP aparecen sólo unas pocas líneas, entonces te vas acá *(a los DCP)* y vos podés ver más o menos qué es lo que puede abarcar esto y lo vas comparando. Y también nosotros, en la otra escuela, (*ella se incorporó a la escuela este año, según me dijeron)* fue comparar los contenidos de 4º con los de 5º, porque siempre se va ampliando de un grado al otro, vos fijate que empiezan casi iguales y después se va ampliando un poquito más.
> D: Claro, o sea, no es que los dejamos de lado y usamos únicamente estos *(los NAP),* pero son mucho más generales que los DCP, y muchos de nosotros decíamos "Por qué no nos quedamos con estos *(Los DCP*), si están mucho más detallados que estos *(los NAP),* que es lo mínimo, o lo prioritario"; pero lo prioritario muy general. Acá *(en los DCP)* te especifica más. Porque mirá en los NAP por ejemplo la división por dos cifras no aparece, dice: *(lo lee*) "…elaborar y comprobar procedimientos de cálculo (…) de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones por una cifra o más". En cambio acá *(en los DCP)* sí aparece *(lo lee)* "Construcción de algoritmos de la multiplicación y división con el multiplicador y el divisor bidígitos". ¿Ves? mirá todo lo que te especifica acá *(en los DCP),* mientras que en los NAP te lo dijeron en dos palabras.
>
> *Transcripción segunda entrevista*

2.1. Análisis didáctico de los Diseños Curriculares Provinciales

A continuación presentaremos la propuesta de análisis de los DCP recuperando la clave elegida[11]: los criterios de secuenciación de contenidos de 3º y 4º grado del Eje "Números y Operaciones".

[11] Véase Capítulo 1; Fuentes de indagación; Los documentos curriculares.

Diseños Curriculares Provinciales: “Números”

Los contenidos curriculares que se hallan detallados en el cuadro a continuación, no han sido incluidos respetando el mismo orden de aparición que se muestra en el documento en cuestión, sino que se han agrupado tomando como criterio las posibles vinculaciones que a nivel de tareas y técnicas, hubiere entre ellos.
Cuando fue necesario poner de relieve los contenidos relacionados con el objeto de tesis, introdujimos comentarios al interior de las celdas del cuadro con otra fuente. Además, para facilitar la referencia posterior, identificamos cada fila con un número.

Tercer grado	**Cuarto grado**
Construcción y uso de la sucesión natural escrita y oral de números de por lo menos cuatro cifras 1	Construcción y uso de la sucesión oral y escrita de números de por lo menos cinco cifras. Se amplía el rango de cuatro a cinco cifras.
Utilización de ordinales: primero, segundo,… décimo,… vigésimo… en distintas situaciones. 2	Utilización de ordinales en distintos tipos de situaciones. No hay explicitación del orden de magnitud.
Predicción, comprobación y uso de la ley que rige la secuencia de patrones numéricos (Ej.:1; 3; 9; 27; 81;…; ½; 1; 11/2; 2; 21/2;…) con apoyo concreto y gráfico. 3	Predicción, comprobación y uso de la ley que rige una sucesión, serie o patrón dado. (Ejemplo: 1; 5; 9; 13; 17…) ¿Qué alcance tienen esas diferentes expresiones (inclusión no sólo de “patrón numérico” sino también de “sucesión” y de “serie”)? Profundización en los requerimientos, ya no se mencionan los recursos de apoyo.
Construcción y uso de las escalas del 10; 20;…; 100; 200;…; 1000; 2000;… 4	Pareciera que el recurso de la construcción y uso de las escalas no se sostiene en el segundo ciclo. No obstante, interpretamos que puede haber continuidad con: Determinación de los conjuntos de divisores y de múltiplos de un número
	Relación entre números naturales (Ejemplo: ser mayor que, ser igual que, ser menor que, ser anterior a, ser posterior a, ser siguiente de, estar entre, ser uno más que, etc.) Estas serían ya nuevas exigencias fundamentalmente en relación a la comparación aunque no se menciona. A su vez esto instala a la comparación como objeto de estudio que hasta el momento estaba integrada a otras actividades en relación al estudio del sistema de numeración decimal (véase la columna de la izquierda).

Lectura, escritura, **comparación**, descomposición y composición de numerales de hasta cuatro cifras; utilizando el sistema de numeración decimal. (Ejemplo: 2354= 2 unidades de mil + 3 centenas + 5 decenas + 4 unidades = 23 centenas + 5 decenas + 4 unidades = 235 decenas + 4 unidades =2 unidades de mil + 35 decenas + 4 unidades = 2 unidades de mil + 3 centenas + 54 unidades; etc.) 5	
Escrituras equivalentes de un número 4572= 4570+2=4500+72=4400+170+2 6	Escrituras equivalentes de número, por ejemplo 17.000= 8.000 +9.000 = 10.000 + 7.000; 342= 3 x 100 + 4 x 10 + 2 Se amplía el rango de cuatro a cinco cifras. Profundización en los requerimientos, además de escrituras aditivas se incorporan escrituras multiplicativas.
7	Representación de los números naturales en la recta numérica. Por el modo de enunciación podría decirse que este sería un nuevo objeto de enseñanza (la recta numérica), aunque el tipo de tareas que se pueden proponer sean conocidas (por ejemplo, identificar el número siguiente, el anterior; encuadrar números).
Representación y búsqueda de relaciones numéricas expresadas en distintos lenguajes (coloquial, gráfico, simbólico) ¿Cuál sería el alcance de este contenido? Podría ser interpretado como un contenido “paraguas” que contiene tanto vinculaciones con “lo cotidiano” (lectura del calendario, manejo del dinero, etc.) como las diversas actividades que se realizan diariamente en el aula. 8	
Exploración de regularidades y otras propiedades numéricas. Por ejemplo mediante el uso de calculadora. ¿Cuáles son las regularidades y otras propiedades numéricas que contribuyen al estudio de los algoritmos de las operaciones? 9	Búsqueda de regularidades y otras propiedades numéricas mediante tablas, diagramas, calculadoras etc. Profundización en los requerimientos, se utilizan otros recursos, que demandan otros conocimientos (por ejemplo, técnicas de uso).
Establecimiento de equivalencias entre los órdenes del sistema numeración decimal: unidad, decena, centena y unidad de mil. 10	Establecimiento de equivalencia entre los distintos órdenes del sistema de numeración decimal. No hay explicitación del orden de magnitud.

Lectura, escritura, comparación, descomposición y composición de numerales de hasta cuatro cifras; utilizando el sistema de numeración decimal. (Ejemplo: 2354= 2 unidades de mil + 3 centenas + 5 decenas + 4 unidades = 23 centenas + 5 decenas + 4 unidades = 235 decenas + 4 unidades =2 unidades de mil + 35 decenas + 4 unidades = 2 unidades de mil + 3 centenas + 54 unidades; etc.) 11	Lectura, escritura, comparación, descomposición y composición de numerales de, por lo menos, hasta cinco cifras utilizando el sistema de numeración decimal (Ejemplo: 22.354 =2 decenas de mil + 2 unidades de mil + 3 centenas + cinco decenas + 4 unidades = 223 centenas + 5 decenas + 4 unidades = 2 unidades de mil + 35 decenas + 4 unidades = 2 unidades de mil + 3 centenas + 54 unidades) Se amplía el rango de cuatro a cinco cifras.
Encuadramiento de un número entre decenas sucesivas, entre centenas sucesivas, unidades de mil sucesivas 12	Encuadramiento de un número entre decenas sucesivas, centenas sucesivas, unidades de mil sucesivas, etc. Se libera el orden de magnitud.
Aproximación de números a decenas, a centenas y a unidades de mil por truncamiento y redondeo. (Ejemplo: truncamiento de 345 en 340; de 1357 en 1300 o en 1350 etc.; redondeo de 106 a 100 de 9213 a 9210 o 9200; etc.) 13	Aproximación de números a decenas, centenas, etc. Por truncamiento y redondeo. (Ejemplo: truncamiento de 345 en 340 de 1357 en 1300 o en 1350 etc.; redondeo de 106 a 100 de 9213 a 9210 o 9200; etc.) Se libera el orden de magnitud.
14	Representación de números en sistemas de numeración no posicionales (Ejemplo: romano, egipcio, etc.)
15	Escritura, lectura y comparación de números utilizando reglas de escritura de distintos sistemas de numeración
16	Relación de números naturales a través de "ser múltiplo de" y "ser divisor de".
17	Elaboración de los conceptos de número primo y compuesto y su uso para la clasificación de los números naturales.
18	Escritura de los números naturales como producto de los números no primos y primos. Ejemplo: 24 = 4 x 6; 24 = 2x 2 x 2 x 3
19	Elaboración y uso de los criterios de divisibilidad por 2; 5; 10; 100; 1000

Diseños Curriculares Provinciales: “Operaciones”

Al igual que para los contenidos curriculares referidos a números, no hemos respetado el mismo orden de aparición que se muestra en el documento en cuestión, sino que se han agrupado tomando como criterio las posibles vinculaciones que a nivel de tareas y técnicas, hubiere entre ellos.
Cuando fue necesario poner de relieve los contenidos relacionados con el objeto de tesis, introdujimos comentarios al interior de las celdas del cuadro con otra fuente. Además, para facilitar la referencia posterior, numeramos e identificamos cada fila con un número. Dicha numeración ha de ser correlativa a la utilizada en el cuadro anterior correspondiente a “Números”.

Tercer grado	Cuarto grado
Resolución de situaciones problemáticas que involucran la adición y la sustracción. Resolución de situaciones problemáticas que involucren la multiplicación o la división. 1	Resolución de situaciones problemáticas que impliquen el uso de operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales. Esto se ve como una nueva exigencia debido a que las situaciones problemáticas ya no aparecen agrupadas en los términos que Vergnaud (1991) denomina “campos aditivos” y “campos multiplicativos”; lo que demanda que el sujeto deba discriminar a cuáles de estos campos corresponde el problema.
Transformaciones en situaciones que impliquen las acciones de unir colecciones de igual cardinal, repartir y partir, y arreglos rectangulares. 2	
Lectura e interpretación de problemas con enunciados orales, escritos o gráficos. 3	Distinción de datos e incógnitas y de relaciones entre ellos, en las situaciones problemáticas planteadas Selección y simbolización de la operación aritmética correspondiente a la situación problemática presentada. Notamos que de la resolución que involucra a una operación que da lugar a etapas o fases de búsqueda, se pasa a la “selección y simbolización de la operación (…)”.
Elaboración de enunciados que se correspondan con operaciones sencillas de adición o sustracción dadas. Elaboración de enunciados que se correspondan con combinaciones multiplicativas básicas dadas. 4	Elaboración de enunciados que se correspondan con operaciones aritméticas dadas. Como en la primera fila de este cuadro, nuevamente al no haber restricciones a campos aditivos o multiplicativos, requiere que el sujeto trate más finamente los sentidos vinculados a las operaciones.

Reconocimiento de números naturales divisibles por 2; 5; 10 y 100. 5	Se vincula con el siguiente contenido de “Números”: Elaboración y uso de los criterios de divisibilidad por 2; 5; 10; 100; 1000
Identificación de la adición y la sustracción como operaciones inversas y su uso para resolver problemas.	Identificación y utilización de operaciones inversas para resolver problemas.
Identificación de operaciones inversas y su uso para resolver problemas. 6	
Resolución de ecuaciones simples de suma y resta. 7	
Resolución de ecuaciones simples de multiplicación y división. 8	
Elaboración de la relación “ser divisor y ser múltiplo de” en operaciones simples. 9	Se vincula con el siguiente contenido de “Números”: Relación de números naturales a través de “ser múltiplo de” y “ser divisor de”.
Confección de tablas de adición y sustracción a fines de explorar regularidades y propiedades.	Investigación de las propiedades de cada operación a través del análisis de sus tablas. En esta parte del cuadro se encuentran por lo menos tres cuestiones para desglosar según nuestros intereses en términos de nuevas exigencias: 1º Para tercero se propone explorar regularidades, mientras que para cuarto la propuesta es investigar propiedades. 2º En tercer grado se proponer “confeccionar para explorar”; mientras que en cuarto grado pareciera presentarse un mayor nivel de exigencia, ya que se persigue que los alumnos puedan “Investigar a través del análisis” 3º Por su parte, pareciera que el recurso de la “confección” de las tablas no se sostiene en el segundo ciclo, y aparece como nueva exigencia para este ciclo el “análisis de tablas”, o sea un trabajo de mayor profundización con las mismas.
Confección de tablas de multiplicación (y división) a fin de explorar regularidades y propiedades. 10	
Encuadramientos de números entre decenas, centenas, etc. (ejemplo: 900> 884> 800; 4400< 4487;….etc.) La ubicación del tratamiento de este contenido (también abordado en “Números”) en “Operaciones” permitiría deducir que aquí se espera sea un recurso para el trabajo con el cálculo aproximado. 11	

Cálculo mental y escrito, exacto y aproximado utilizando sumas y restas. (Ejemplos: adiciones con resultado 1.000; 2.000; ….; 10·000; restas con minuendo 10·000; complementos a 1·000 a 2·000…. a 10·000) 12	
Cálculo exacto y aproximado (mental y escrito) de sumas y restas por distintas estrategias: tanteos, redondeo, cambio de orden de las operaciones, etc. Cálculo mental o escrito, exacto o aproximado de productos y cocientes por distintas estrategias: tanteo, redondeo, cambio de orden de la operación utilizando propiedades de las operaciones, reduciendo valores, etc. 13	Elaboración, utilización y fundamentación de distintas estrategias de cálculo exacto y aproximado (oral, escrito y con calculadora) Ejemplo: multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, distintas formas de encontrar un producto descomponiendo y asociando factores, por redondeo, etc. El cambio en el tipo de exigencia con respecto a tercer grado parece residir en la demanda de “fundamentar” las diferentes estrategias utilizadas para el cálculo. Se especifica el uso de la multiplicación y división por 10, 100, 1.000, etc. como una estrategia de cálculo y se recurre también a la descomposición y asociación de factores.
14	Estimación del resultado de un cálculo y valoración de la razonabilidad de los resultados antes y después de efectuados. Es una nueva exigencia que apunta a anticipar sobre un posible resultado y, a reflexionar sobre dicha anticipación y sobre el resultado obtenido.
Utilización de las leyes del sistema de numeración posicional decimal para el cálculo de sumas y restas de números naturales por lo menos de hasta cuatro cifras. 15	
Construcción de algoritmos para la suma de números de hasta cuatro cifras. 16	
Construcción de algoritmos para la resta con desagrupación en cualquier orden, de minuendos menores que 10·000. 17	
Construcción y uso de algoritmos para la multiplicación y división de números de hasta cuatro cifras por factores y divisores dígitos. 18	Construcción de algoritmos de la multiplicación y división con el multiplicador y el divisor bidígitos La propuesta de operar (multiplicando/dividiendo) con dos dígitos daría cuenta de una nueva exigencia para este pasaje entre ciclos.

2.2 Algunas conclusiones a partir del análisis de la secuenciación de los DCP

Para los dos grados (3º y 4º), se observa una secuenciación de los contenidos en relación al número y a sus operaciones donde, llamativamente como veremos en el análisis que sigue, no están claramente identificadas las nociones matemáticas constitutivas de lo que socialmente es fundamental en la escuela primaria: los algoritmos estándares de las cuatro operaciones básicas.

En lo que refiere al pasaje entre el primero y el segundo ciclo, o más precisamente entre 3º y 4º grados de la EGB, los DCP muestran cierto tipo de cambio de exigencia vinculado a la ampliación del rango y/o su liberación en relación a las propuestas de trabajo con los números y sus operaciones. Por otra parte, en este pasaje es posible advertir que a las escrituras aditivas con las que ya se venía trabajando en 3º, se incorporan las escrituras multiplicativas constituyéndose así en una nueva exigencia para 4º. Asimismo, varía también la utilización de recursos y de tareas propuestos para 4º, para los cuales se requiere del dominio y de la puesta en juego de otros conocimientos más complejos de los que se requerirían para 3º. Por ejemplo, en la fila 9 correspondiente al cuadro "Números"; se observa para 3º "Exploración de regularidades y otras propiedades numéricas. Por ejemplo mediante el uso de calculadora"; mientras que para 4º se propone la "Búsqueda de regularidades y otras propiedades numéricas mediante tablas, diagramas, calculadoras etc.". Otro ejemplo muestra algo similar en la fila 10 del cuadro correspondiente a "Operaciones"; propone para 3º: "confeccionar para explorar"; y para 4º: "Investigar para analizar"

En la primera fila del cuadro correspondiente a "Operaciones" vemos que las "situaciones problemáticas" en 4º pueden involucrar a las cuatro operaciones. Es sutil la exigencia, pero muy importante ya que elimina un posible instrumento de interpretación para el alumno. Si el alumno tiene claro que los problemas son de suma y resta, y el enunciado plantea algo que se refiere a un aumento/disminución, no hay duda por contrato didáctico, que la operación involucrada es la suma/resta respectivamente. Al abrir el juego a la multiplicación y la división, la interpretación del enunciado y el sentido de la operación involucrada amplían el universo de posibles respuestas.

En la fila 3 del cuadro para cuarto grado, leemos "selección y simbolización de **la** operación (…)". En este contenido parecen haberse acabado los períodos en los cuales se aceptan fases de búsqueda o resolución de problemas utilizando conocimientos que no son los estándares (por ejemplo resolver un problema de distribución a través de restas sucesivas). Aquí se exige la selección de la operación y también su simbolización. Aparece para el docente la necesidad de institucionalizar en la enseñanza la técnica de resolución y la simbolización correspondiente.

En diversos apartados de número y operaciones en tercer grado aparecen tareas y técnicas (“Construcción y uso de las escalas del 10; 20;…; 100; 200;…; 1000; 2000;…” (Fila 4 de 3º); “Reconocimiento de números naturales divisibles por 2; 5; 10 y 100.” (Fila 5 de 3º); “Confección de tablas de multiplicación (y división) a fin de explorar regularidades y propiedades.” (Fila 10 de3º)) que son actividades matemáticas constitutivas del estudio del sistema posicional y de los algoritmos de multiplicación y división por dígitos y bidígitos. Pero al no estar claramente identificados en tanto objetos matemáticos, es poco probable que puedan vincularse con otros como “multiplicación y división por la unidad seguida de ceros” (fila 13 de 4º), que en operaciones en 4º aparece como estrategia de cálculo mental pero no hay un vínculo explícito con la fundamentación del algoritmo estándar de la multiplicación por bidígitos.

Asimismo, tanto en tercero como en cuarto, aparece muy ambigua la referencia a las regularidades y otras propiedades numéricas que contribuyen al estudio de los algoritmos de las operaciones, y en este sentido cabe preguntarse acerca de ¿Qué tipos de regularidades conviene trabajar en clase para favorecer el estudio de las propiedades de las operaciones?

En la fila 18 de 3º del cuadro de “Operaciones” se plantea como objeto de enseñanza la “Construcción y uso de algoritmos para la multiplicación y división de números de hasta cuatro cifras por factores y divisores dígitos”. Se podría inferir cierta intención de transición o pasaje hacia los contenidos propios del segundo ciclo, ya que se observan propuestas vinculadas al trabajo, ya no sólo con la adición y la sustracción, sino también con la multiplicación y la división por un dígito. Este tipo de propuestas de trabajo sería el antecedente de una nueva exigencia para 4º en donde se pasa de operar (multiplicar y dividir) con un dígito a las técnicas para resolver esas operaciones con dos dígitos. Sin embargo, tanto en 3º como en 4º grado no se identifican las propiedades de las operaciones involucradas en el cálculo mental o en su fundamentación, ni se menciona la forma de construcción del algoritmo de la multiplicación y la división por bidígitos. Estas omisiones dificultarían la fundamentación de estas nuevas técnicas exigidas.

Cabría preguntarse además acerca del impacto que puede tener en decisiones docentes al momento de la planificación, una presentación de los contenidos que no agrupa aquellos que están vinculados entre sí. Así por ejemplo, no sería fácilmente reconocible en el eje “operaciones” todas las tareas asociadas a su desarrollo: trabajo con situaciones problemáticas, con estrategias de cálculo, y con el algoritmo. Además, al interior de cada una de estas tareas, es complejo para el docente elaborar una secuencia que brinde experiencias diversas a los alumnos y que cimiente un estudio a largo plazo. Por ejemplo, en el trabajo con situaciones problemáticas, debido al modo de presentación de los contenidos asociados al mismo, sería dificultoso para el docente anticipar que tiene que proponer experiencias de “Resolución de situaciones problemáticas”, (fila 1 de 4º) “Distinción de datos e incógnitas” (fila 3 de 4º) y “elaboración de enunciados” (fila 4 de 4º). Asimismo consideramos que el modo de enunciación, que a veces omite la referencia al objeto matemático en juego, no constituye una orientación didáctica que posibilite un tratamiento reflexivo de las técnicas que en consecuencia son presentadas de modo aislado. Por ejemplo, se mencionan como estrategias de cálculo exacto y aproximado al “cambio de orden de las operaciones” y al “tanteo, truncamiento y redondeo”, ante lo cual nos preguntamos qué significa tantear en esta situación; qué significan en el contexto de los números naturales “truncamiento y redondeo”, dado que son nociones usadas para aproximar números reales (números que tengan infinitas cifras periódicas o no).

CAPÍTULO 3

El trabajo con los materiales de observaciones en el aula

Así como en el trabajo de campo es posible combinar varias técnicas, también en el proceso analítico es posible utilizar técnicas provenientes de diferentes disciplinas. En nuestro trabajo hemos utilizado el programa de Atlas.ti que nos otorgó la posibilidad de construir el texto descriptivo característico de la investigación etnográfica.

Atlas.ti es una herramienta informática utilizada por investigadores y profesionales en una amplia variedad de campos como la antropología, las artes, la arquitectura, la criminología, la economía, las ciencias de la educación, la ingeniería, los estudios etnológicos, los estudios de gestión, y la sociología. Su objetivo es facilitar el análisis cualitativo principalmente de grandes volúmenes de datos textuales, datos de sonido, de video y de imágenes. Busca agilizar muchas de las actividades implicadas en el análisis cualitativo y la interpretación, valiéndose de recursos técnicos que posibilitan la segmentación del texto en pasajes o citas, la codificación y la escritura de comentarios y anotaciones. Permite, entre otras cosas, integrar toda la información con la que se cuenta, ya sean datos, fichas, anotaciones, etc., facilitando su organización, su búsqueda y recuperación.

Por otra parte, dado que no es posible considerar independencia alguna entre las fases textual y conceptual, el programa de Atlas.ti se muestra como un instrumento potente brindando la posibilidad de ir y venir continuamente entre estas dos fases a lo largo de todo el proceso de análisis.

Los principales componentes de Atlas.ti son: la *Unidad Hermenéutica* (archivo en donde se almacena el trabajo a medida que se va realizando), dentro de ella *los Documentos primarios* (son la base del análisis, o lo que podría llamarse datos brutos), *las citas* (segmentos significativos de los documentos primarios), *los códigos* (habitualmente el análisis se basará en ellos, son conceptualizaciones, resúmenes, agrupaciones de citas), *los memos* (o anotaciones, son comentarios de un nivel cualitativamente superior realizadas durante el proceso de análisis).

Precisamente, debido a la naturaleza del objeto de nuestro estudio y de las preguntas que motivan el presente trabajo, fue necesario contar con diferentes fuentes que nos posibilitaran la recolección de una gran cantidad de datos que permitieran caracterizar y dar cuenta de las diferentes interacciones llevadas a cabo entre los actores implicados. El trabajo con esta gran cantidad de datos necesitaba ser organizado por medio de algún tipo de software que facilitara la tarea de análisis y el tratamiento de toda la información con la que se contaba. En este sentido, las herramientas proporcionadas por el Atlas.ti como procesador de análisis de datos cualitativos, se constituyeron en elementos fértiles, capaces de aportar maniobrabilidad a nuestra tarea.

Con las herramientas que ofrecía Atlas.ti emprendimos el largo proceso de ir transformando el material de campo en una exposición final, cuyo principal desafío es la definición del objeto de análisis. Al respecto Elsie Rockwell (1987:34) señala que “La precisión conceptual del objeto de estudio, que acompaña las sucesivas reescrituras del material de campo, permite lograr ese recorte tan necesario en cualquier proceso de investigación”.

A continuación se detallan los momentos y las decisiones que fueron dando lugar a las sucesivas redefiniciones del objeto de análisis hasta llegar al recorte del que habla Rockwell.

3.1. Proceso de trabajo con el Atlas ti

Con la intención de presentar de un modo claro las distintas instancias que formaron parte del proceso de construcción del objeto de estudio de nuestro trabajo de investigación, decidimos organizar este apartado en 11 momentos. Consideramos que esta organización propicia una lectura más ágil, permitiendo la identificación y el acceso prácticamente inmediato a las partes componentes de dicho proceso. No obstante, los distintos momentos que se detallan a continuación no siguen un orden temporal, ya que parte de ellos se superponen y en ocasiones van aconteciendo en simultaneidad, tampoco existen diferentes grados de importancia entre ellos. Estos once momentos identificados deben ser considerados, en cambio, como partes interdependientes, necesarias y conexas de un proceso más amplio y complejo.

Momento 1

Iniciamos el trabajo con la lectura de los registros recogidos en el aula mediante notas de campo y grabaciones identificando: los temas matemáticos; los recursos y los saberes que circulan en el aula (se hallaran enunciados o no); todo aquello que nos permitiera "mirar" elementos que nos dieran pistas del pasaje entre el primero y el segundo ciclo (interacciones, recursos utilizados, trayectoria del objeto o del recurso); el uso de vocabulario utilizado por docentes y alumnos para nombrar los temas u objetos matemáticos; los discursos y los conocimientos que circulan; buscando encontrar tanto en lo explícito como en lo implícito aquello que se identificara desde el docente o desde los alumnos como "nuevo" o como "viejo".

Momento 2

Las primeras aproximaciones a los registros nos impusieron la necesidad de acercarnos a dos grupos diferentes de textos: unos nos permitieron un estudio matemático de esos objetos (Tirao, 1985; Fregona, 1997), y los otros nos brindaron el acceso al estudio de temáticas relacionadas al tratamiento de la enseñanza y el aprendizaje de dichos objetos (Brousseau, 2007; Chevallard, Bosch y Gascón, 1997; Sadovsky, 2003; Parra y Saiz, 2005).

Momento 3

A partir de estas últimas lecturas, comenzamos a ampliar la mirada para incluir temas relacionados con la gestión y el contrato, con el medio (en términos de Brousseau) y con las interacciones de los alumnos. Iniciaríamos entonces un nuevo recorrido que nos permitiera identificar momentos que dieran cuenta de cómo se validan las respuestas de los alumnos, o sea quién y cómo dice cuándo algo está bien o está mal; cómo interviene el docente para garantizar que todos aprendan lo mismo, cómo se instala en el aula por primera vez un tema, cómo se manifiestan los alumnos ante lo que se les presenta como un nuevo objeto, o ante aquello que les representa un cambio en lo que venían realizando hasta el momento. De estas primeras indagaciones se obtuvo el siguiente listado de códigos *(el orden es sólo de tipo alfabético).*

¿Cómo se nombran las cosas?	Nombre nuevo
Adición por complemento	Número como medida
Agrupamiento	Número comparación
Algoritmo de la adición	Orden
Algoritmo de la sustracción	Problema de distribución
Cálculos mentales	Propiedad conmutativa
Cálculos mentales con utilización de algoritmos	Proporcionalidad
Contrato	Reacción ante el contrato
Diferencia numeración oral y escrita	Recursos que circulan
División Exacta/Inexacta	Relación entre Números Naturales
División y Multiplicación: operaciones inversas	Relación numeración escrita-numeración hablada
El cero	Saberes que circulan: División
Evocación: medio	Sistema decimal
Idea de Multiplicación	Sistema posicional
Institucionalización	Situaciones problemáticas
Lectura y escritura de Números Naturales	Sucesión numérica
Modo de presentación tema nuevo	Suma y resta por redondeo
Multiplicación como suma simplificada	Sustracción
Multiplicación por dos cifras	Tablas de multiplicar
Multiplicación/suma repetida	Uso de Material Manipulable

Momento 4

Con la obtención del listado anterior advertimos que se hallaban presentes en él cuestiones ligadas a diferentes aspectos, y decidimos entonces emprender la tarea de agrupar los códigos en términos de: *objetos* (Numeración, Operatoria), *gestión de la enseñanza* (Saberes que se consideran disponibles, contrato, evocación de un medio, institucionalización, lo nuevo y lo viejo, etc.), *ámbitos de trabajo* (Público y privado).

Momento 5

Luego comenzamos a estudiar temas más relacionados con la enseñanza y discutimos diversos textos destinados a docentes (Itzcovich, 2007; Parra y Saiz, 2005; Lerner y Sadovsky, 2005; Panizza 2006) donde aparecen cuestiones referidas a recursos, modos de registro de los alumnos, conceptualizaciones acerca de la vinculación entre numeración oral y escrita, etc.

Momento 6

En simultáneo con esta tarea, llevamos a cabo nuestro trabajo con los registros centrándonos ya en ciertos eventos identificados a partir de los primeros agrupamientos señalados en párrafos anteriores.

El trabajo llevado a cabo para destacar eventos nos permitió además advertir otras cuestiones: detectamos que al momento de introducir un tema en el aula, la docente iba cambiando los recursos utilizados, o reduciendo la complejidad del objeto, buscando favorecer la participación de los alumnos. A partir de este hallazgo pensamos que la maestra, en la medida que reconoce y asume de alguna manera el fracaso en su enseñanza (Brousseau, 2007), busca demostrar que avanza y lo hace delimitando responsabilidades (lo que le compete a ella, lo que es responsabilidad del alumno). Tal como se explica en el apartado 1.1.3. Una mirada centrada en las interacciones.

Momento 7

Atendiendo a lo dicho en el párrafo anterior, decidimos entonces mirar una vez más los registros para centrar nuestro análisis en dos líneas, la primera tendría en cuenta las explicitaciones de cambios de exigencias y los títulos con contenidos matemáticos propuestos por el docente. Un recorrido muy general por los registros nos obligó a desistir de este análisis ya que advertimos: las explicitaciones acerca de cambios de exigencia eran escasas y en todo caso había que inferirlas; los títulos eran ambiguos puesto que no era común identificar objetos matemáticos allí y generalmente enunciaban modos de resolución de actividades de ejercitación (por ejemplo: "A pensar"; "Trabajo solo"; "Resuelve mentalmente"; etc.).

Momento 8

La segunda línea de análisis nos llevó a distinguir tareas y técnicas asociadas (en el sentido de Chevallard) teniendo en cuenta por quién eran propuestas (docente o alumnos). Asimismo, sería necesario considerar el reconocimiento implícito del fracaso en la gestión de la enseñanza, mediante la identificación de la redefinición de tareas y de técnicas propuestas (Tarea Emergente y Técnica Alternativa propuesta por docente). Los alumnos a su vez, también ejercían sus responsabilidades proponiendo Tarea Emergente y Técnica Alternativa.

Entonces, al listado de citas y de códigos existente se le sumaría ahora una nueva clasificación: Tarea Propuesta (por la docente), Tareas Emergentes (propuesta por docente o alumnos), y Técnicas Alternativas (propuesta por docente o alumnos). Este tipo de análisis daría una idea muy precisa de la complejidad de la construcción en vivo de un proyecto de enseñanza de un objeto matemático y nuestro trabajo de campo se muestra como terreno fértil para llevar a cabo una tarea de tal tipo, pero excedería ampliamente el marco de un trabajo final de licenciatura. No obstante, las primeras aproximaciones a ese tipo de análisis se muestran en la clase del día 15 de marzo, que se halla a continuación, en el siguiente apartado de este capítulo 3.2.Un análisis posible.

Momento 9

Continuábamos entonces en la búsqueda de un necesario recorte en la profundidad del análisis, decidimos abordar una recodificación identificando y utilizando las denominaciones de los contenidos que aparecen en los DCP; siempre dentro del eje "Números y operaciones" como ya lo aclaramos.

Esta decisión implicó por ejemplo, re-ubicar códigos como "cuantificar la diferencia", "numeración: el cero", "numeración: escrituras equivalentes de número", inscribiéndolos dentro de contenidos explicitados en el DCP. Para ello, nos preguntábamos qué conocimiento de los presentes en el DCP buscaba la docente enseñar, usando como indicio cuál era la *técnica exigida*. Así por ejemplo, las citas referidas a "cuantificar la diferencia" fueron incluidas dentro de códigos de la familia operaciones pertenecientes a *suma* o a *resta* según cuál fuera la técnica exigida (enseñada) por la docente. Con el mismo criterio fueron resueltas las dudas de codificación de los restantes códigos mencionados.

Quedaron establecidas entonces dos grandes familias en los códigos referidos a temas u objetos matemáticos: "Números" (Sistema de numeración; Lectura y escritura de números; etc.) y "Operaciones" (situaciones problemáticas, propiedades de las operaciones). Pero además anticipamos para esta última familia algunos agrupamientos de códigos que no se hallan explicitados como contenidos de los DCP como por ejemplo: "Construcción del algoritmo (de la suma y de la resta) hasta cuatro cifras/más de cuatro cifras". Los grupos de códigos que se establecieron en este nuevo momento de trabajo fueron:

SUMA y RESTA:

- Situaciones problemáticas
- Estrategias de cálculo:
  - Oral
  - Escrito
- Construcción de algoritmos:
  - Hasta 4 cifras (conocimiento "viejo")
  - Más de 4 cifras (conocimiento "nuevo")

MULTIPLICACIÓN y DIVISIÓN:

- Situaciones problemáticas
- Estrategias de cálculo:
  - Oral
  - Escrito
- Construcción de algoritmos:
  - Dígitos (conocimiento "viejo")
  - Bidígitos (conocimiento "nuevo")

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES

Momento 10

Asimismo decidimos, por la redefinición de la intención anterior de develar la construcción del proyecto de enseñanza y su revisión ante sus "fracasos", dirigir nuestra mirada al proyecto de enseñanza de la docente excluyendo sus sucesivas revisiones. Por ende, la anterior distinción al interior de esas dos grandes familias ("Números" y

"Operaciones") entre tareas propuestas y tareas emergentes ya no fue considerada. Además esta mirada centrada en el proyecto de enseñanza de la docente, supuso nominar las tareas y técnicas que circulaban en la clase en función de este proyecto, es decir, usamos como referente las tareas propuestas por la docente y las nombramos en función de la técnica que ella asociaba a la resolución de esta tarea. Entonces, al interior de estas dos grandes familias se redujeron las clasificaciones de códigos, y desaparecieron las distinciones entre: tarea propuesta y tarea emergente; técnica asociada (propuesta por la docente) y técnicas asociadas o alternativas (propuestas por los alumnos).

Consideramos que sería importante incluir algunos de los comentarios acerca de las decisiones vinculadas a esta última clasificación: pudimos observar en los registros que aquello que es tratado como "Situaciones problemáticas" son en general "escenarios" ya que el trabajo público del aula se orienta a técnicas de cálculo. No obstante, preservamos esta nominación para distinguirlo de "las cuentas peladas" (Parra y Saiz, 2009: 15)[12]. Por otra parte, si bien las "Estrategias de cálculo" forman parte de la "Construcción de algoritmos", decidimos distinguirlos en grupos diferentes de códigos, ya que este último aparece como un contenido en los DCP y no hay vinculación explícita con las propiedades. En lo que respecta a las "Propiedades", en los DCP aparecen vinculadas a la "búsqueda de regularidades", al "análisis de tablas"; mientras que en las clases la "propiedad conmutativa" aparece como una "estrategia de cálculo"; y la "composición y descomposición de números" se vincularía con la propiedad asociativa de la suma o de la multiplicación, no tiene el status de propiedad[13].

Momento 11

Finalmente, siguiendo con la búsqueda de un criterio de corte que nos permitiera profundizar en el trabajo de análisis a la vez que avanzar hacia la comunicación de los resultados, pusimos atención en aquello que se pudo dilucidar a partir de las pistas que nos fueron mostrando, por un lado las dos fuentes de indagación con las que contábamos (registros de clase y DCP), y por otro, la voz del docente recuperada a través de entrevistas.

Según el análisis realizados de los DCP (véase capítulo 2), el desafío estaba centrado principalmente en la enseñanza de los algoritmos de la multiplicación y de la división por bidígitos; en la apropiación de nuevas estrategias y técnicas de resolución;

---

[12] Expresión utilizada para referirse a cuentas que no están acompañadas de enunciados, o de situaciones problemáticas.
[13] Véase Capítulo 2.1 "Análisis didáctico de los Diseños Curriculares Provinciales"

y en el trabajo con datos e incógnitas sobre situaciones problemáticas. Desde el discurso de la docente, y según lo demostrara el recorrido por los registros de clases, esta centralidad estaba puesta en la enseñanza de la operatoria de la multiplicación y la división con bidígitos, que ella nombrara como "contenidos fuertes"[14] en una de las entrevistas realizadas.

A partir de dichas consideraciones, organizamos nuestro trabajo en torno a la descripción y análisis de los procesos e interacciones que se despliegan en un aula de 4º grado de matemática, en relación a los números naturales y sus operaciones (multiplicación y división por bidigítos), teniendo en cuenta la gestión del docente y las acciones que los alumnos realizan frente a la presentación y el tratamiento de esos objetos.

3.2 Un análisis posible

Como anticipáramos en el apartado anterior, daremos cuenta aquí de uno de los intentos de análisis abandonado por su complejidad pero del que creímos conveniente incluir un ejemplo para mostrar sus posibilidades. Para ello, recuperaremos el análisis realizado de la clase del día 15 de marzo[15] en el que se pone en evidencia su fecundidad para dar evidencias de sucesivas redefiniciones del proyecto de enseñanza de la docente ante situaciones quizás de asunción del fracaso del proyecto inicial, mediante la codificación de las sucesivas tareas propuestas y sus adecuaciones (tarea emergente) y la dinámica de interjuego entre la técnica exigida/enseñada por la docente y las propuestas por los alumnos. A continuación presentamos el registro de la clase mencionada con el análisis efectuado empleando el software atlas.ti, con una reconstrucción analítica posterior de su segmento inicial.

[14] D: (…) multiplicación por dos cifras y división por dos cifras es un contenido fuerte de 4º. (Transcripción primera entrevista: 2)
[15] Transcripción de observaciones; clase 15 de marzo

001
002
003 Fecha: Jueves 15 de marzo de 2007
004 Duración de la clase: 10:30 hs a las 12:15 hs (Dos últimas horas)
005 Referencias:
006 ? D = Docente
007 ? A = Alumno
008 ? As = Alumnos
009 ? O = Observador
010
011 O: La primera media hora aproximadamente estuvo dedicada al repaso oral de una clase introductoria que había sido desarrollada el día lunes durante el encuentro anterior según lo señaló la maestra.
012
013 D: ¿Se acuerdan cómo eran los números que estuvimos viendo la clase pasada?
014 Andrés: Vimos números muy largos, los DNI de nosotros.
015 D: ¿Te acordás del tuyo?
016 Juan Cruz: Sí, 41. 034. 297
017 O: La maestra lo anota en el pizarrón
018
019 D.N.I:
020
021 41. 034. 297
022
023

Numeración: lectura y escritura: TP~ Gestión: evocación de un medio
<continued by> 2:1
<continued by> 3:30
<continued by> 3:31
3:35 <continued by>

Mi número de DNI
* ¿Para qué sirve? ¿Saben su número de DNI?
* Lo escribimos cada uno en nuestro cuaderno y lo aprendemos a leer (Aparecen las unidades de millón)
* Yo les escribo el mío y lo comparamos con el de ellos. Sacamos conclusiones.

024 Franco: ey se... ¿y vos qué número tenés en DNI?
025 D: dieciséis millones....
026 Brian: ¡¿Antes de Cristo?!
027 D: Nooo!... un poco después
028 O: risas
029 Javier: ¿Y quién tendrá el número uno de documento?
030 Germano: Adán
031 O: la maestra se sonríe, y sugiere que...
032 D: Volvamos al DNI de Juan Cruz ¿Cómo lo leemos?
033 O: No parece haber un gran consenso entre si se lee “cuatrocientos diez mil...” o “cuarenta y un mil...” o “cuatro millones...” La maestra les va marcando los puntos entre la centena y la unidad de mil; y entre la centena de mil y la unidad de millones.
034 D: Los puntos marcan posiciones, y recuerden que para leer, agrupamos de cada tres lugares. Entonces tenemos el DNI
035 41. 034.297; nos fijemos en las últimas tres cifras 297 ¿Cuánto vale el 7?
036 Brenda: 7 unidades
037 D: bien!! Y el 9?
038 Juan Cruz: 9 decenas; y 2 dos centenas
039 D: Muy bien!! ¿Qué pasaría si yo corto el número y lo dejo así
040 034. 297?

Numeración: lectura y escritura: TeA (A/D)~
3:46 <continued by>
ME - 02/10/09

"los puntos marcan posiciones"

Numeración: lectura y escritura: TE(D)~
3:46 <continued by>

<continued by> 3:32
<continued by> 3:33

041 O: Se hace un silencio general por unos segundos.
042 D: Miren bien ¿es necesario poner el cero acá?
043 As: noooo no se empieza con cero, no vale nada!!!
044 D: Ah, si no vale nada entonces yo tampoco lo voy a poner acá...
045 41._34. 297
046 O: nadie dice nada
047 D: ¿Qué les parece... puedo hacer eso?
048 As: Sí, no;
049 O: responden dudando
050 D: Probemos de un modo y del otro: 41._34. 297; 41.034. 297.... Paso a paso, agrupemos de a tres y luego leamos juntos.
051 O: los alumnos le van dictando mientras la maestra escribe en el pizarrón: “cuatro, punto, ciento treinta y cuatro, punto, doscientos noventa y siete. Luego cuarenta y uno, punto, cero treinta y cuatro, punto....

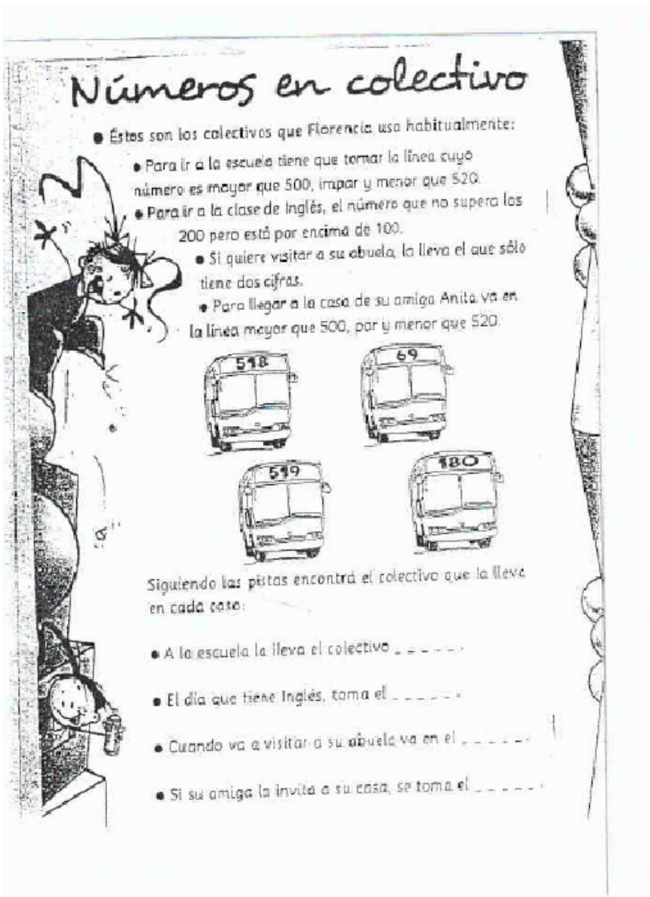
Numeración: lectura y escritura: TeA (A/D)~
<continued by> 3:33
3:44 <continued by>

052 As: 4. 134. 297 y 41.034. 297
053 D: ¿Qué pasó?
054 Nacho: el segundo es más largo
055 D: ¿Por qué?, ¿qué tiene ese que no tenga el otro?
056 Brenda: no tiene el 0 (cero)
057 D: ¿pero entonces vale o no vale el cero? A ver vamos a ver algo más y después me lo contestan
058 O: comienza a trabajar con los valores posicionales
059 D: ¿Cuánto vale el 7 acá, en este número de DNI? ¿Y el 9?
060 A: 9 decenas
061 D: y qué quiere decir que tengo 9 decenas
062 As: noventa, noventa
063 D: Eso es!! Noventa!... porque agrupa nueve grupos de diez
064 O: sigue así con los demás números- 2 = 200; hasta llegar al cero, y finalmente se llegó a la conclusión de que el cero, en este número de DNI, estaba representando a las centenas de mil y que había que escribirlo para que... “no nos falte ninguna posición”
065 D: Ahora les pregunto... ¿Se repite alguna cifra en el DNI?
066 As: Sí; no...

Numeración: lectura y escritura: TeAl (D)~
3:32 <continued by>
3:44 <continued by>
ME - 02/10/09 [1]

TeAl: identificar el valor posicional de cada cifra del número

067 D: Algún otro que me diga su DNI
068 Lourdes: yo 40. 419. 653
069 D: ¿Hay algún número que se repita?
070 Franco: Sí, el cuatro
071 D: ¿y son iguales, valen lo mismo?
072 O: Una vez más los valores representativos de cada cifra en el número de DNI
073 D: Entonces... ¿cuál de estos “4 (cuatro)” es el mayor?
074 As: El que está primero
075 D: ¿Cuál de lo dos DNI es el mayor? 40. 419. 653 o 41.034. 297
076 Franco: El de Lourdes porque termina en 653, en cambio el de Juan Cruz en 297
077 D: ¿Alguien opina igual que Franco?
078 Juan Cruz: Sí pero el mío empieza con cuarenta y uno (41) y el de Lourdes con cuarenta (40)
079 D: ¿Entonces cuál es la cifra que me dice a mí cuál es el mayor número?
080 Brenda: Ah! hay que fijarse en los millones
081 D: En estos DNI sí, pero hay que tener en cuenta que siempre las primeras cifras son las que mandan... son las jefas... pero ¿cómo?... si acá son iguales ¿o no? los dos DNI comienzan con 4 ... ¿o me equivoco?
082 Juan Cruz: Sí pero el que le sigue es más grande, es “uno” y el otro es “cero”.
083 D: Ahora quiero que otro de ustedes me diga su DNI si piensa que es más grande que estos dos.
084 Andrés: cuarenta y uno, nueve... (41.9...)
085 O: la maestra le ayuda con la lectura y luego pregunta a la clase...
086 D: ¿Estará bien?... ¿Si, no? ¿Por qué?
087 O: Repite la actividad, ahora con uno que sea menor
088 O: luego coloca la fecha en el pizarrón
089
090 Jueves quince de marzo
091
092
093
094
095
096 D: les voy entregando una copia para que vayan leyendo detenidamente y luego resuelvan. Tiene que quedar pegado en la carpeta.



136 O: Los alumnos leen la actividad, se percibe poca perseverancia, un alto porcentaje de los alumnos parece desanimarse si “no entienden” a primera vista, tienen un tiempo para resolver que no parece estar convenido de modo objetivo, sino que llegado el momento en que el docente considera que es pertinente, comienza a hacer una puesta en común.

Numeración: descomposición: TE (D)~
ME - 22/03/10
comparación del valor posicional de la misma cifra. Pareciera ser una tarea que emerge de la necesidad de reforzar la técnica alternativa propuesta (identificar el valor posicional de cada cifra)

Numeración: comparación: TE (D)~ 3:37 <continued by
Numeración: comparación: TeAl (A)~ <continued by> 3

Numeración: comparación: TeA (A/D)~
<continued by> 3:35
ME - 02/10/09 [4]
"las primeras cifras son las que mandan"

técnica asentada probablemente en una interpretación que el alumno hace de la técnica dada por la maestra para organizar la lectura de nos. grandes. El alumno compara el primer grupo de tres cifras que es reconocido cuando se agrupa para leer (c,d y u).

Numeración: comparación: TE (D)~
<continued by> 3:35
3:40 <continued by>

Numeración: comparación: TE (D)~
<continued by> 3:35
<continued by> 3:39

Numeración: comparación: TP~

137 Durante la resolución de las actividades, la maestra va pasando por los bancos de quienes le van solicitando ayuda, y de tanto en tanto levanta su voz para decir cosas como las siguientes:
138
139 D: Ya saben que quiero que hagan y dejen todas sus cuentas en las carpetas , mientras más cuentas yo vea mejor.

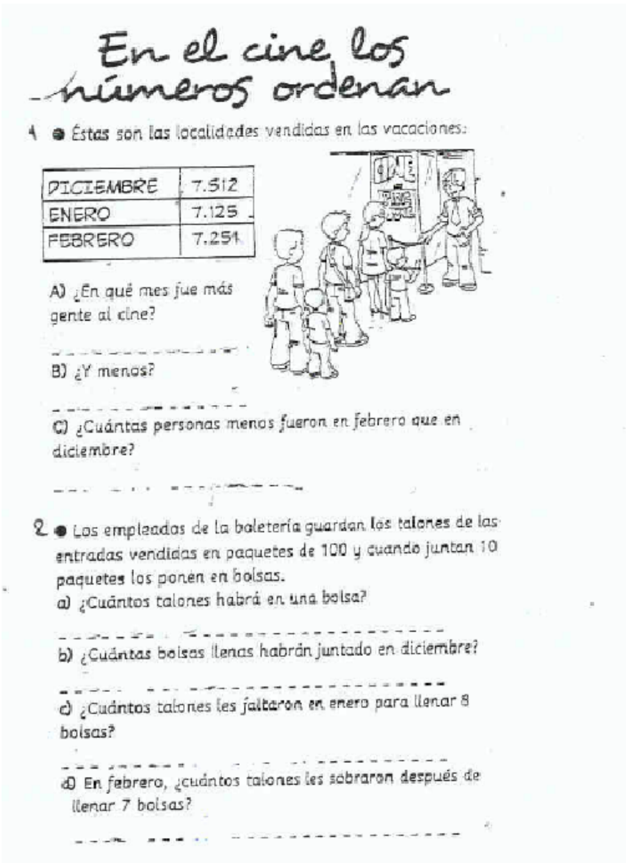
Gestión: exigencia de cuentas escritas

140
141 O: luego de pasado cierto tiempo, la maestra propuso que “vamos a hacer una autocorrección”.
142 A cada respuesta que ofrecen los alumnos la maestra pregunta “¿Por qué?... ¿Cómo lo hiciste?... ¿Cómo te diste cuenta?”
143 Les pidió además que para la autocorrección “no hagan trampas”, “si se han equivocado, no borren y pongan el resultado correcto encima, sino que lo ponen al lado”, “ese error nos ayuda a aprender”
144
145 O: Algunas respuestas que los alumnos fueron dando durante la puesta en común fueron las siguientes:

ME - D 10/10/08 [16]
ME - F 17/09/09 [3]

Me hace pensar.... esto más lo de la técnica de comparación / lectura de los DNI... ¿no será en este tránsito del 1o al 2o ciclo que la D.sostiene que se deben producir generalizaciones / explicitaciones de saberes usados en el primer ciclo y la vía de generar saberes generales reutilizables sería la producción de técnicas? EPISODIO PARA DISCUTIR CONLA DOCENTE

146
147 Pista Nº 1
148
149 Brenda: yo puse el quinientos diecinueve
150 D: Por qué
151 Brenda: Porque hay dos con quinientos pero dice que es impar entonces es este.
152
153
154 Pista Nº 2
155
156 Juan Cruz: Es el ciento ochenta.
157 D: Por qué
158 Juan Cruz: Porque es más grande que el cien, y no llega a doscientos.
159
160
161 Pista Nº 3
162
163 Franco: El sesenta y nueve es el único con dos cifras que hay.
164
165
166 Pista Nº 4
167
168 Franco: Es el único que queda
169 D: ah, entonces por descarte!, pero ¿qué dice la pista?
170 Franco: mayor que quinientos, par y menor que quinientos veinte
171
172 O: la maestra les entrega una nueva actividad fotocopiada
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207



En el cine los números ordenan

1 ● Éstas son las localidades vendidas en las vacaciones:

DICIEMBRE	7.512
ENERO	7.125
FEBRERO	7.251

A) ¿En qué mes fue más gente al cine?

B) ¿Y menos?

C) ¿Cuántas personas menos fueron en febrero que en diciembre?

2 ● Los empleados de la boletería guardan los talones de las entradas vendidas en paquetes de 100 y cuando juntan 10 paquetes los ponen en bolsas.

a) ¿Cuántos talones habrá en una bolsa?

b) ¿Cuántas bolsas llenas habrán juntado en diciembre?

c) ¿Cuántos talones les faltaron en enero para llenar 8 bolsas?

d) En febrero, ¿cuántos talones les sobraron después de llenar 7 bolsas?

Numeración: comparación: TP~
Numeración: cuantificar la diferencia: TP (D)~
ME - 02/10/09 [5]
ME - 02/10/09 [6]

O: Conversaciones entre Juan Cruz y Andrés al momento de resolver los ejercicios:

Juan Cruz - “No entiendo la cuarta”
Andrés -Sumá, restá, dividí... multiplicá!!!
Juan Cruz -Ah!! Ahora caigo... tenés que hacer cien por diez y eso te da mil.

O: Para la puesta en común y autocorrección: La modalidad parece ser siempre la misma: preguntas acerca de porqué les parece que es así, etc.

Algunas respuestas:

Consigna Nº 1 ME -F17/09/09 [3]

D: ¿Alguien pude leer la primera consigna?
Andrés: (Lee y responde)...“Diciembre”
D: y cómo lo supiste
Andrés: Tiene el número más grande
D: ¿Cómo te diste cuenta? ¿Cuál es la cifra que me lo indica?
Juan Cruz: los quinientos (500) son más que los doscientos (200) y los cienes (100)

Consigna Nº 3 ME - D 10/10/08 [17]

D: Antes de contestar piensen un poco... en la “C” ¿la respuesta es un número o una palabra?
As: Número, palabra
Brenda: un número
D: Claro!! Un número;¿Alguien lo hizo? (Se hace un silencio) ¿Qué es lo que tengo que saber antes de resolver lo que me está pidiendo?
¿Qué datos tengo?
Brenda: que en febrero hay menos entradas que en diciembre
D: ¿Cuántas entradas hay en Febrero? (Va anotando en el pizarrón)
As: siete mil doscientos cincuenta y uno (7. 251)
D: ¿y cuántas en Diciembre?
As: siete mil quinientos doce (7. 512)
D: ¿Cuándo fueron más?
As: En diciembre
D: ¿Pero necesito saber cuántas personas menos en Febrero que en diciembre? ¿ Entonces qué es lo que tengo que hacer para saber?... ME - D 10/10/08 [18]
Jimena: Una resta
D: ¿qué resto?
O: Jimena le dicta y la maestra escribe en el pizarrón ME - D 10/10/08 [19]

7 512
\-
7 251
\----------------

D: ¿Están bien ubicados los números?
Juan Cruz: Sí porque el mayor va arriba
D: Sí pero esto es así porque... ¿Le puedo quitar algo a número menor?
As: ¡No!

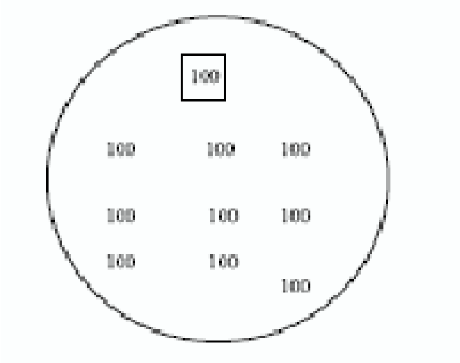
Consigna Nº 4 4:28 <continued by>

O: Para comenzar a resolver esta consigna pidió a Brenda que leyera en voz alta y fue haciéndole preguntas para su interpretación

D: ¿Cómo organizan los boletos que van vendiendo?
Brenda: En paquetes de a cien boletos
D: ¿Y después qué?
Juan Cruz: Cuando ya tienen diez paquetes los ponen en una bolsa
D: Entonces vos me decís que en una bolsa va a haber siempre diez paquetes y que cada paquete va a tener... ¿cuántos boletos?
Juan Cruz: mil
Brenda: No!! Cien
D: cien... entonces ¿cuántos bo-le-tos hay dentro de una bolsa?
Juan Cruz: tenés que hacer cien por diez igual a mil
(100 x 10 = 1 000)

O: la maestra hace un dibujo en el pizarrón...

D: bueno, supongan que esto es una bolsa, y que lo que está adentro son los paquetes.



O: sonó la campana de salida.

Gestión: modos de presentar un objeto~
ME - 10/10/08 [20]

Hacer esa representación muestra que hay un reconocimiento implícito por parte de la docente del fracaso en la interpretación por parte de los alumnos de la expresión oral de un niño.

Como puede observarse en el registro[16] y su codificación, pueden establecerse diversos segmentos en la clase tomando como criterio de delimitación el cambio de tareas propuestas. Así habría un segmento inicial (que será objeto de nuestro análisis) en el que la dinámica de trabajo es oral y en forma pública en torno a la discusión de la resolución de una tarea retomada del día anterior, que se detalla a continuación:

> Mi número de DNI
> * ¿Para qué sirve? ¿Saben su número de DNI?
> * Lo escribimos cada uno en nuestro cuaderno y lo aprendemos a leer (Aparecen las unidades de millón)
> * Yo les escribo el mío y lo comparamos con el de ellos. Sacamos conclusiones.
>
> Transcripción de observaciones; clase 15 de marzo[17]

La técnica asociada a esta tarea, es decir propuesta/exigida por la docente, es el uso de marcas gráficas de la escritura de los números (los puntos) para su lectura:

> D: Volvamos al DNI de Juan Cruz [41. 034 .297] ¿Cómo lo leemos?
> O: No parece haber un gran consenso entre si se lee "cuatrocientos diez mil…" o "cuarenta y un *mil…" o "cuatro millones…" La maestra les va marcando los puntos entre la centena y la unidad de mil; y entre la centena de mil y la unidad de millones.*
> D: Los puntos marcan posiciones, y recuerden que para leer, agrupamos de cada tres lugares.

Esta técnica exigida genera, para su entendimiento, la primera tarea emergente propuesta por la docente, la identificación del valor posicional de las cifras del número a leer:

> D: Entonces tenemos el DNI 41. 034 .297; nos fijemos en las últimas tres cifras 297 ¿Cuánto vale el 7?
> Brenda: 7 unidades
> D: ¡¡Bien!! Y el 9?
> Juan Cruz: 9 decenas; y 2 dos centenas
> D:¡¡Muy bien!!

Esta última tarea es incorporada además por la docente para discutir/controlar aquellas escrituras con ceros intermedios, instaurándose como técnica alternativa:

> D: ¡¡Muy bien!! ¿Qué pasaría si yo corto el número y lo dejo así 034 . 297?
> *O: Se hace un silencio general por unos segundos.*
> D: Miren bien ¿es necesario poner el cero acá?
> As: Noooo no se empieza con cero, no vale nada!!!
> D: Ah, si no vale nada entonces yo tampoco lo voy a poner acá… 41._34. 297
> *O: Nadie dice nada*
> D: ¿Qué les parece… puedo hacer eso?
> As: Sí, no;
> *O: Responden dudando*
> D: Probemos de un modo y del otro: 41._34. 297; 41.034. 297…. Paso a paso, agrupemos de a tres y luego leamos juntos.

[16] Transcripción de observaciones; clase 15 de marzo
[17] Fragmento extraído de planificación de la docente

O: Los alumnos le van dictando mientras la maestra escribe en el pizarrón:
"cuatro, punto, ciento treinta y cuatro, punto, doscientos noventa y siete. Luego cuarenta y uno, punto, cero treinta y cuatro, punto….
As: 4. 134. 297 y 41.034. 297
D: ¿Qué pasó?
Nacho: El segundo es más largo
D: ¿Por qué?, ¿qué tiene ese que no tenga el otro?
Brenda: No tiene el 0 (cero)
D: ¿Pero entonces vale o no vale el cero? A ver vamos a ver algo más y después me lo contestan
O: Comienza a trabajar con los valores posicionales
D: ¿Cuánto vale el 7 acá, en este número de DNI? ¿Y el 9?
A: 9 decenas
D: Y qué quiere decir que tengo 9 decenas
As: Noventa, noventa
D: ¡¡Eso es!! Noventa!... porque agrupa nueve grupos de diez
O: Sigue así con los demás números- 2 = 200; hasta llegar al cero, y finalmente se llegó a la conclusión de que el cero, en este número de DNI, estaba representando a las centenas de mil y que había que escribirlo para que… "no nos falte ninguna posición"

Esta técnica alternativa pareciera demandar su consolidación mediante tareas emergentes de comparación (del valor posicional de cifras iguales al interior de un número, de números de DNI):

D: Ahora les pregunto… ¿Se repite alguna cifra en el DNI *(se refiere al de de Juan Cruz: 41. 034 .297*?
As: Sí; no…
D: Algún otro que me diga su DNI
Lourdes: yo 40. 419. 653
D: ¿Hay algún número que se repita?
Franco: Sí, el cuatro
D: ¿y son iguales, valen lo mismo?
O: Una vez más los valores representativos de cada cifra en el número de DNI
D: Entonces… ¿cuál de estos "4 (cuatro)" es el mayor?
As: El que está primero
D: ¿Cuál de lo dos DNI es el mayor? 40. 419. 653 o 41.034.297 (…)
D: Ahora quiero que otro de ustedes me diga su DNI si piensa que es más grande que estos dos.
(…) *O: Repite la actividad, ahora con uno que sea menor*

La reiteración propuesta por la docente de esta tarea emergente deviene de la intervención de un alumno (Franco) que propone una técnica alternativa para comparar números (comparar los números del grupo "c.d.u") que es incorrecta. Esta técnica errónea probablemente esté asentada en una interpretación que el alumno hace de la técnica dada por la maestra para organizar la lectura de nos. grandes, dado que el alumno propone comparar el primer grupo de tres cifras que es reconocido cuando se agrupa para leer (c, d y u):

D: ¿Cuál de los dos DNI es el mayor? 40. 419. 653 o 41.034.297
Franco: El de Lourdes porque termina en 653, en cambio el de Juan Cruz en 297
D: ¿Alguien opina igual que Franco?
Juan Cruz: Sí pero el mío empieza con cuarenta y uno (41) y el de Lourdes con cuarenta (40)
D: ¿Entonces cuál es la cifra que me dice a mí cuál es el mayor número?

Brenda: Ah! hay que fijarse en los millones
D: En estos DNI sí, pero hay que tener en cuenta que siempre las primeras cifras son las que mandan… son las jefas… pero ¿cómo?... si acá son iguales ¿o no? los dos DNI comienzan con 4 … ¿o me equivoco?
Juan Cruz: Sí pero el que le sigue es más grande, es “uno” y el otro es “cero”.

Este recorrido analítico que consideramos en su momento, muestra su potencialidad para dar cuenta de las redefiniciones que la docente fue realizando a su proyecto inicial a partir de reconocer sucesivos fracasos. No obstante, ante la complejidad que el abordaje de este análisis presentaba, la fecundidad del material empírico nos permitió realizar nuevas miradas, nuevas redefiniciones, para proponer luego otros posibles análisis. Tal como lo anunciáramos en la reconstrucción realizada en el apartado anterior, la versión final del recorte analítico se centró en torno a objetos matemáticos considerados como conocimientos fuertes por la docente y considerados como propios del segundo ciclo desde los DCP. En los capítulos 4 y 5 se presentan el análisis y las reflexiones que se desprenden de este último recorte.

CAPÍTULO 4

Hallazgos en torno a los problemas

Si bien en el desarrollo del texto ya hemos mostrado resultados sobre diferentes aspectos del trabajo, en los capítulos 4 y 5 hablamos de "hallazgos" para jerarquizar las reflexiones que surgen del análisis sobre la enseñanza de los algoritmos de multiplicación y división por bidígitos. Sin duda este contenido tiene tradicionalmente una gran importancia en las prácticas de enseñanza a partir de cuarto grado en la escuela primaria. Ya vimos también en la sección 2.1 de este trabajo que en los DCP del segundo ciclo en el eje "Números y operaciones" se explicita "Construcción de algoritmos de la multiplicación y división con el multiplicador y el divisor bidígitos." La docente manifestó trabajar con los NAP y también con el documento provincial, y expresó la preocupación que tiene, junto a las maestras del segundo ciclo, de secuenciar el desarrollo de ese tema.

Al respecto, en una de las entrevistas la docente sostiene:

> D: (…) Otra cosa muy importante son los acuerdos internos que se hacen en la escuela, eso tiene mucho que ver. Por ejemplo, con *(nombra a una maestra)*, que está en quinto y sexto, ya hemos acordado que yo, de cuarto grado se los voy a pasar a quinto, sabiendo multiplicar y dividir por dos cifras… dividir sobre todo, con veintiuno (21), treinta y uno (31); treinta (30), cuarenta (40); y ella se va encargar en quinto y en sexto que dividan por dos cifras, y la segunda distinta de uno y de cero. La idea es que ellos aprendan bien el mecanismo (…).
>
> Transcripción primera entrevista: 4

Y al volver sobre esa secuenciación, en otra entrevista, afirma:

> E: (…) ¿Cómo es que pudieron acordar con la maestra de quinto grado la decisión de asumir el criterio de enseñar, en cuarto a multiplicar y dividir, por lo menos por 20; 21, 30, 31, etc.? (…)
> D: Porque nos pareció más fácil cuando empezábamos con los algoritmos, tomar con el 1; y no mezclárselos con otros… porque multiplicar por uno, implica menos complicaciones que multiplicar por tres, por cuatro o por cinco en las unidades. (…) ¡Fue una decisión muy casera! De ir viendo, y por mi mamá también que ella era docente, y siempre me decía "cuando vos dés divisiones empezá con 20; 30; 40 y después seguí con 21; 31; 41..." Porque la división así es más fácil, no tienen que "pedir" ese famoso "pedir".
>
> Transcripción segunda entrevista: 4

Este es el discurso de la docente tiempo después de haber dictado las clases que constituyen nuestro trabajo de campo, sin embargo, a pesar del tiempo transcurrido y la reconstrucción posterior que la docente pudo hacer, veremos cómo en grandes líneas ese es su proyecto y así lo lleva a cabo, al menos para introducir las técnicas por bidígitos.

Como lo manifiestan las categorías distinguidas en el estudio realizado con ayuda de Atlas.ti[18], hay numerosos contenidos tratados en el aula durante el período en que se llevó a cabo el trabajo de campo. Entre ellos, lectura y escritura de números naturales, algoritmo de la adición, algoritmo de la sustracción, cálculos mentales, etc.

Decidimos iniciar el análisis de la multiplicación y de la división a partir de la clase del 26 de abril[19] donde la docente, valiéndose de un juego que le permite obtener una tabla de datos, recupera la multiplicación por dígitos como una manera económica de resolver una suma reiterada. La última clase que tomamos como fuente de datos corresponde a la transcripción de audio del día 1 de noviembre[20]; lo cual no significa que el tema esté acabado en ese año lectivo. Además, es bien conocido que el proceso de enseñanza de esos algoritmos con números naturales y luego con números decimales es a largo plazo e incluye los primeros años del nivel secundario. El recorte abarca hasta ese momento porque en las clases siguientes se trabajan otros temas (fracciones, geometría, etc.) que nos descentran con respecto al estudio del proyecto de enseñanza de la docente sobre los algoritmos.

A los fines de favorecer la comunicación de las decisiones tomadas en el desarrollo de la secuencia, distinguimos dos grandes momentos en las lecciones destinadas a la enseñanza de esos algoritmos: un tiempo en el cual la docente plantea problemas –ya discutiremos en qué sentido lo son- para instalar los cálculos y luego otro tiempo donde la lección se convierte en un espacio de enseñanza de una determinada técnica para resolver esos cálculos. Oportunamente estableceremos vínculos entre ambos momentos, tomando a su vez las referencias de lo sucedido en las clases (a las que identificamos por la fecha en que se dictaron) y parte de las distintas entrevistas realizadas a la docente observada.

Según los momentos antes señalados, analizaremos en este capítulo los problemas que se refieren a la multiplicación y a la división, y en el capítulo 5 los

---

[18] Véase sección 3.1.
19 Transcripción de audio registro Nº 9.
[20] Transcripción de audio registro Nº 38

caminos de enseñanza de las técnicas de cálculo respectivas. La distinción entre esos tiempos de trabajo en el aula no es tajante, generalmente en la sección de análisis de los enunciados incluimos las interacciones públicas que permiten a toda la clase distinguir cuál es la cuenta que los resuelve, y en el camino de la técnica necesitamos recuperar dichos enunciados que sirven de sustento para el desarrollo de las técnicas convencionales correspondientes.

La lectura reiterada de los registros y el trabajo de análisis con recursos informáticos nos llevaron a hacer una distinción al interior de cada uno de los momentos señalados, en particular el que corresponde a este capítulo relativo a los problemas.

Discutimos brevemente con qué sentido en la escuela se habla de un "problema de multiplicación" o "problema de división". Pero además, en el intento por atrapar la lógica de la secuencia propuesta por la docente, distinguimos secciones según el tipo de números que involucraba **la** cuenta correspondiente al enunciado dado. Resultaron entonces tres apartados, desarrollados oportunamente, pero de los cuales esbozaremos su contenido:

4.1.1. Problemas de multiplicación y de división, resolución oral y escritura del cálculo

Aquí incluimos los enunciados que retoman multiplicaciones y divisiones por dígitos y por múltiplos de 10. La docente plantea el enunciado, lo discuten públicamente, deciden cuál es el cálculo que permite hallar la solución y registran esa cuenta.

4.1.2. Problemas que acompañan la presentación de la técnica convencional de la multiplicación por bidígitos

En la sección anterior los bidígitos eran múltiplos de 10, los enunciados agrupados en este apartado, introducen multiplicaciones por bidígitos seleccionados bajo ciertas condiciones.

4.1.3. Problemas que acompañan la presentación de la técnica convencional de la división por bidígitos

Seleccionamos en este apartado los enunciados que responden a una división, donde el divisor tiene dos dígitos, tomados también con las restricciones explicitadas durante la entrevista.

Discutimos a continuación el estatus de los enunciados planteados y analizamos cada una de las secciones anunciadas.

4.1. Problemas como escenario

Los problemas son, para los matemáticos, el corazón de su actividad. En la enseñanza esa posición no siempre fue tan clara, pero hay coincidencia a partir de la década de 1980 que la actividad de resolución de problemas es una herramienta fundamental para realizar en las aulas la concepción de la matemática como una actividad humana, cultural y social.

Si bien no haremos aquí una discusión en profundidad acerca de qué es un problema y qué significa la "resolución de problemas", necesitamos tomar algunos elementos que nos permitan justificar la elección de ese término para analizar el proyecto de enseñanza de la docente observada[21].

Tanto en resultados de investigación como en materiales destinados a la difusión para docentes existe cierta coincidencia en remarcar que un problema es tal si se presenta al resolutor como algo que le causa perplejidad. Así, en términos de Itzcovich (2007:12),

> En definitiva, podemos decir que un problema es tal en la medida que invita a un desafío y a la toma de decisiones en donde los conocimientos de que se disponen no son suficientes, pero tampoco son tan escasos. La situación debe estar ubicada en el centro de la balanza entre lo "nuevo" por producir y lo "viejo" que ya se sabe.

Parra y Saiz (2007: 18), en un sentido próximo, contextualizan la definición en el ámbito escolar:

> Un problema (en la escuela) es una situación en la que hay algo que no se sabe pero se puede averiguar. No se dispone de la solución (si ya se dispone no es un problema), pero se cuenta con algunas herramientas para empezar a trabajar. Un problema es un desafío para actuar. Tiene que permitirles a los alumnos imaginar y emprender algunas acciones para resolverlo.

Los enunciados que propone la docente observada, ya lo veremos en detalle, dan cuenta de la intención de crear un escenario donde se instale públicamente una cuenta a resolver. Generalmente los alumnos, más precisamente algunos de ellos, responden correctamente cuál es la operación que resuelve la cuestión, pero el desafío para la docente está en recuperar para toda la clase lo que ya se sabe al respecto (cuando se trata de productos y divisiones por dígitos), o comunicar de un modo efectivo los algoritmos estándar cuando es por bidígitos.

¿Por qué hacemos esta interpretación? Esto específicamente no fue tratado en las entrevistas, pero notamos que los enunciados propuestos por la docente, aunque

[21] Para profundizar en ese tema, entre otros Polya (1945, 1ª. ed.), Schoenfeld (1992).

cambian la historia, presentan características que se sostienen a lo largo de todas las clases. En el estudio de la multiplicación, siempre son problemas de proporcionalidad directa donde intervienen cuatro números y la incógnita se calcula a través de la suma de cierta cantidad de números iguales. Este tipo de presentación reduce la incertidumbre de la docente con respecto a cuál es la operación que resuelve de manera económica el problema, y da a los alumnos ciertos medios de control de los resultados a través de la estimación; que a veces hacen pública pero no siempre es requerida por el docente. La elección de los enunciados nos lleva a suponer que la intención didáctica no está en explorar diferentes sentidos de la multiplicación. En el estudio de la división, sucede algo similar: los enunciados se refieren generalmente a "repartir" aunque las historias también varían. Sin embargo, en el ámbito de la división introduce dos aspectos: el resto y la interpretación del divisor como el número que entra un determinado número de veces en el dividendo[22]. Hay una preocupación de la docente en trabajar el concepto de división como una operación que vincula cuatro números: el dividendo, el divisor, el cociente y el resto, hecho muy poco habitual en las prácticas de enseñanza en la escuela primaria; menos aún durante el primer ciclo donde tradicionalmente se inicia el tema con divisiones exactas.

4.1.1. Problemas de multiplicación y de división, resolución oral y escritura del cálculo

En esta sección presentamos las decisiones tomadas en el aula en relación a los enunciados propuestos por la docente para tratar de comprender el tipo de trabajo que transcurre a partir de la presentación del primer problema. Comenzamos con aquéllos que se resuelven de modo económico mediante multiplicación o división, teniendo en cuenta además, los diferentes tipos de resolución presentes en el contexto de la oralidad y la posterior escritura de los cálculos.

Hemos incluido también los enunciados que le permitieron a la docente inaugurar el tratamiento de nuevos aspectos técnicos, propios del algoritmo de las operaciones por bidígitos. Esto es, los nombres respectivos de los elementos en multiplicaciones y divisiones, y la técnica para resolver esas operaciones cuando el

[22] Transcripción de audio registro N° 31. Algunos autores interpretan que de este modo se vincula la división con la noción de medida.

multiplicador o el divisor, respectivamente, es 10 o múltiplo de 10 (inclusive las potencias de 10).

Multiplicación por dígitos y potencias de 10

En la clase del **26 de abril**, la docente propone un juego con dados donde sólo podrán sumar las caras que caigan en uno y las que caigan en cinco, de tal modo que el uno va a valer cien y el cinco va a valer cincuenta.Toda la clase estuvo destinada a dicho juego y retoma esta actividad en la clase siguiente, pero lo hace centrándose en el control de los puntajes que habían ido anotando en la tabla que ella les había diseñado en el pizarrón.

O: La maestra escribe en el pizarrón mientras los chicos le dictan.

NOMBRES	FRANCO	JUAN CRUZ	MALENA	BRENDA	KAREN
PUNTAJES	250	300	50	350	200
	250	300	50	350	200
	250	300	50	50	50
					50

D: Franco tiene: doscientos cincuenta, doscientos cincuenta, doscientos cincuenta. ¿Hay alguien de otro grupo que se les repita las cifras?
Juan Cruz: Yo, yo… trescientos, trescientos y trescientos
Malena: Yo también seño
D: ¡Vamos Malena!
Malena: Cincuenta, cincuenta y cincuenta.
Brenda: Y yo tengo trescientos cincuenta y trescientos cincuenta.
(…) Karen: Yo Seño tengo doscientos, doscientos y cincuenta y cincuenta.
D: Ahora les pregunto una cosita, en esas anotaciones que hicimos, ustedes tenían que sumar todos los puntajes que obtuvieron sus compañeros, y ponerlo al final. En estos casos, en que las cantidades se repiten, ¿qué hicieron…? ¿Sumaron…? ¿O utilizaron alguna otra operación…?
Franco: Yo sumé… sumamos.
D: ¿Hicieron así: cero más cero, más cero y cinco más cinco, más cinco; y dos más dos, más dos…? *(Escribe en el pizarrón mientras va preguntando y resolviendo en voz alta)*

250
250
250

750

O: La maestra les señala el puntaje de Juan Cruz (300; 300; 300) y les pregunta:
D: ¿Y acá qué hicieron…? ¿También sumaron?
O: Repite los mismos pasos y las mismas preguntas que con el puntaje de Franco (250; 250; 250).
Varios: Sí
D: Bueno, ahí…para poder sumar estas cantidades que son iguales… ¿se puede utilizar otra operación matemática que no sea una suma?
Juan Cruz: ¡¡¡No!!!... Bah, no sé yo.
O: Todos hacen silencio por un momento.
Andrés: ¿Y que te dé el mismo resultado?
D: Sí, el mismo
Andrés: ¡Una resta!

D: ¿Una resta?... ¿Resto doscientos cincuenta menos doscientos cincuenta menos doscientos cincuenta?
Brian: Multiplicación
(…) *O: La maestra interrumpe y pide silencio y que…"dejen de hacer lo que estén haciendo, porque no están concentrados. Este es un tema que ustedes ya lo saben pero nada más que no están concentrados; están en cualquier otra cosa."*

Transcripción de audio registro Nº 9:1

Ya está instalada en la clase la operación que hay que resolver, veremos en el momento de análisis del camino de la técnica (Capítulo 5), cómo se desarrolla.

Posteriormente, en la misma clase, presenta en el pizarrón los siguientes enunciados en los cuales plantea no sólo la multiplicación por dígitos sino también por 10:

Situaciones para resolver
1)- ¿Cuántos melones se cargaron en un camión, si se colocaron 10 cajones con 24 melones en cada uno?
2)- Luis y Estela tienen una quinta y plantaron 15 filas de manzanos y en cada fila 9 manzanos. ¿Cuántos árboles de manzanos hay? (…)

La docente les da un tiempo para que resuelvan y luego hacen una puesta en común.

D: Bueno, lo primero es fijarnos qué cosa es la que tenemos que averiguar. Acá en la primera… ¿qué cantidad tenemos que averiguar?
Nacho: Cuántos melones hay en cada cajón.
D: Escuchen… ¿Cuántos melones va a haber en ese camión, si en cada cajón hay veinticuatro?

Luego la docente representa con dibujos en el pizarrón diez cajones y en el interior de cada uno anota el número 24.

D: Ahí tienen los diez cajones. ¿Ahora qué hago? Para saber ¿Cuántos hay en todos esos cajones, qué hago Malena?... *(Malena se queda mirando sin poder contestar).*
D: ¿Puedo hacer esto? *(Coloca el signo más entre cada cajón que ya dibujó en el pizarrón)*… ¿Puedo sumar veinticuatro, más veinticuatro, más veinticuatro, más….?
Andrés: No seño; eso cuando no existe la multiplicación.
(…) Franco: Sí, se puede, pero es más fácil hacer una multiplicación de diez por veinticuatro.

Transcripción de audio registro Nº 9: 6

Otra vez enunciada públicamente la operación involucrada, la docente tendrá que abordar el producto por 10, aunque esté planteado como 10 x 24.

Hacia el final de la clase la docente copia en el pizarrón el siguiente enunciado que queda pendiente para la clase siguiente:

Mi hermano quiere comprar un MP3 en seis cuotas de $ 198 cada una. ¿Cuál es el valor final del MP3?

Transcripción de audio registro Nº 9:10

En la clase siguiente, el **3 de mayo**, la docente retoma el problema que había quedado pendiente.

D: Bueno, ¿se acuerdan de la última clase de matemática?
Franco: Teníamos que hacer eso del MP3

D: ¿Qué teníamos que hacer? ¿Qué decía la situación esa?
(…) D: Puedo sumar ciento noventa y ocho más ciento noventa y ocho, más ciento noventa y ocho…
Juan Cruz: Sí, o podés multiplicar: ciento noventa y ocho por seis
Franco: Es más fácil multiplicar
D: Pero ¿cuál es la operación que nos permite a nosotros achicar esa suma, abreviarla?
Varios: Multiplicar, la multiplicación.
D: Bien, ¿quién va a pasar a hacer la multiplicación?
Varios: Yo, yo, yo
D: Va a pasar Franco. Recuerden que ciento noventa y ocho era una cuota.

Trascripción de audio registro Nº 10:2

Ya está instalada la operación a resolver, veremos en el Capítulo 5 cómo se desarrolla.

En la clase del **4 de mayo** retoma la búsqueda de regularidades, pero esta vez por escrito y, referida a multiplicaciones donde uno de los factores es una potencia de diez. El detalle de tales ejercicios está en la sección correspondiente del camino de las técnicas (Capítulo 5).

En la clase siguiente, el **7 de mayo**, la docente propone oralmente:

D: ¿Conocen ustedes lo que es una bodega?
Varios: Sí.
Franco: Es donde se guardan los vinos.
D: Eso, ¿y en dónde ponen los vinos…? ¿En los…? Barriles. Bueno, resulta que en una bodega hay cien barriles…
Gonzalo: ¿Es dictado?
D: ¡No! Cada barril… de los que hay en esa bodega tiene cincuenta y cuatro litros. El dueño quiere envasar el vino en botellas de un litro, y para eso necesita saber cuántos litros hay en total, para saber cuántas botellas de un litro debe comprar.
(…) D: ¿Qué tenemos que hacer entonces para saber cuántas botellas tiene que comprar el dueño de la bodega?
Franco y Juan Cruz: Una multiplicación, una multiplicación
(…) D: ¿Por qué una multiplicación?
(…) Karen: Porque tenés que hacer cincuenta y cuatro por cien

Trascripción de audio registro Nº 12: 1; 2

Luego, durante la misma clase, la docente les presenta en forma oral un enunciado cuya resolución implica una multiplicación de doce (de embocar una pelota) por mil puntos (12x1000); y seguidamente otra en donde la multiplicación es de veinticinco bolsas por diez mandarinas (25x10). Las preguntas que acompañan estos enunciados siempre son del tipo “¿Cuánto hay en total?”. Finaliza esta clase copiando en el pizarrón unos ejercicios con multiplicaciones por la unidad seguida de ceros (que presentaremos en el capítulo siguiente) y luego dos problemas que implican multiplicaciones por dígitos y por 100.

<u>Lunes siete de Mayo</u>

¡<u>A trabajar</u>!

* Uno con → los resultados:

140 x 100 =	400
40 x 10 =	5.000

5 x 1.000 =	16.000
16 x 1.000 =	14.000

* Leo, pienso y resuelvo:
En una fábrica de jabones colocaron los jabones en cajas de 25 unidades cada una.
Uní cada cantidad de cajas con la cantidad de jabones.

CAJAS	JABONES
5	225
9	75
3	125
4	100
6	200
8	250
10	150

* En un hotel hay 64 habitaciones, en cada una hay 4 camas.

A. ¿Cuántas camas hay en total en todo el hotel?
B. Para el rally estuvo ocupado en su totalidad. Por dos días cobraban $100 por cama, ¿cuánto dinero recaudó el hotel?

Los alumnos mostraron dificultades principalmente para interpretar el enunciado de las “cajas y los jabones”, diciendo no saber “qué hay que hacer acá”; “no entiendo cómo se hace ésta”. ¿Pudo haber influido el modo de presentación en tabla? Pareciera que sí, por las explicaciones que necesita dar la docente:

> D: Bueno atiendan un minutito acá y después siguen. Acá *(Señalando en el pizarrón las dos columnas de “cajas” y “jabones”)* tienen dos columnas. ¿Qué dicen esas columnas?
> Gonzalo: Una de cajas y una de jamones…jabones
> D: Entonces suponiendo que esta es una caja de jabones. ¿Cuántas unidades hay en esa caja?
> Franco: Veinticinco
> D: Veinticinco… ¿vieron que dice en las cajas “tantas unidades de lo que sea el producto”?
> Varios: Sí
> D: ¿Esta qué dirá?... ¿Cepillos, bolitas…?
> Karen: No, jabones
> D: Muy bien… veinticinco unidades de jabón. Entonces: adentro de esa caja hay…
> Varios: Veinticinco jabones

Como hemos visto, el formato de presentación de la mayoría de los enunciados tenía una historia y una pregunta, y generalmente la gestión de la docente lleva, a través del diálogo, a instalar públicamente cuál es la cuenta “esperada” para resolver el problema. En este caso, representó una caja de jabones diciendo que cada una tenía 25 unidades y es a partir de estas intervenciones que los alumnos logran interpretar que la cuenta que resuelve estos problemas es una suma reiterada o una multiplicación:

> D: Bien… si tengo cinco cajas iguales a esta…tengo cinco…, si en las cinco cajas tengo la misma cantidad de jabones… ¿Cómo averiguo cuántos jabones tengo en total entre esas cinco cajas?
> Varios: Una multiplicación.
> D: ¿Puedo hacer una suma?
> Gonzalo: No
> Varios: Sí, no

D: ¡Sí que puedo!
Lourdes Z: Sí, de veinticinco, más veinticinco, más veinticinco, más veinticinco más….
D: Muy bien Lourdes, en vez de hacer una suma como bien lo dijo Lourdes, ¿cómo puedo reemplazar esa suma tan grande?
Varios: Una multiplicación
D: Bien…una multiplicación… ¿Cómo?
Andrés: Hay que multiplicar por veinticinco para saber el resultado y poder unir con flechas. Cinco por veinticinco.
Trascripción de audio registro Nº 12: 5

Los números involucrados facilitan el cálculo mental, pero veremos que se aprovecha la actividad para reforzar la técnica por dígitos. Con respecto al segundo enunciado, el del hotel, no tenemos datos de si fue trabajado en clase y cómo.

En el tiempo que transcurre desde la transcripción de audio del registro Nº 12 (7 de mayo) hasta el registro Nº 36 (30 de octubre), se han trabajado en el aula otros temas (multiplicación por bidígitos, división por dígitos y múltiplos de 10) que serán abordados en las secciones correspondientes.

En la clase del **30 de octubre**[23], la docente les presentó a los alumnos una serie de enunciados orales cuya resolución implicaba en algunos casos, divisiones y en otros, multiplicaciones

D: (…) resulta que los papás de un nene de la edad de ustedes, le han dicho que, como se acerca fin de año, y pasan de grado, les van comprar unos CD con cierta cantidad de juegos para la compu. , porque los han visto de oferta en una vidriera que decía: "Juego de 10 CD, en 7 cuotas de $ 20".¿Qué tenemos que hacer Alexis, para saber cuánto me saldrá al final cuando yo haya terminado de pagar? ¿Cómo hago para averiguar el total de lo que debo pagar?
(*Silencio*)
D: Escuchá Alexis, dice que cada cuota vale $ 20, y que las cuotas son siete. ¿Cuál va a ser el valor final de los jueguitos?
Varios: (G*ritando*) ¡Ciento cuarenta!
D: ¿Y cuál fue la operación que tuvieron que hacer estos papás para saber cuánto pagarían en total?
Brenda: Siete por veinte, o veinte por siete
Trascripción de audio registro Nº 36

A modo de reflexión parcial:

La docente se vale del juego de los dados para recuperar la multiplicación por dígitos (que además ella resalta como "este es un tema que ustedes ya lo saben"[24]). No es evidente para toda la clase que el modo económico de responder a la cuestión sea a través de una multiplicación, un alumno propone inclusive una resta. Como ya lo anticipáramos, en los enunciados cambian las historias (puntos obtenidos en un juego, melones en cajas, valor de la cuota y número de cuotas, vino en barriles, jabones en

[23] Transcripción de audio registro Nº 36
[24] Transcripción de audio registro Nº 9: 2

cajas, noches de alojamiento…), pero siempre se trata de una suma reiterada. A pesar de que tal vez sea el único tipo de problemas que los alumnos hayan resuelto con multiplicaciones, no parece ser un conocimiento disponible en la clase. La docente reconoce implícitamente ese fracaso y, a través de representaciones y del diálogo, obtiene de algunos de los niños la respuesta esperada y avanza como si ese estado de conocimiento fuera generalizado a toda la clase[25]. En su proyecto no tiene lugar el destinar tiempo para que los alumnos exploren acerca de la pertinencia de las operaciones, va directamente a revisar el algoritmo cuando uno de los factores es un dígito.

Posteriormente introduce una técnica que posibilita realizar "multiplicaciones más rápidas, más prácticas", por 10 y luego lo extiende a las potencias de diez. Ese modo de resolver favorece el cálculo mental, pero en general la docente no crea oportunidades para resolver mentalmente y descubrir estrategias de cálculo; aunque había números que eran accesibles para esas tareas. Por ejemplo, los puntajes de 250 o 300, los jabones de a 25, multiplicados por un dígito, son cantidades en las cuales los alumnos de cuarto grado pueden explorar relaciones y dar los resultados sin necesidad de aplicar la técnica convencional. Como veremos en el capítulo 5, la docente busca formalizar la técnica de multiplicar por dígitos, y es esa la intención que prevalece.

Después de las potencias de 10, introduce la técnica que le permitirá resolver una multiplicación por bidígitos, tal como se puede apreciar en la sección 4.2.1 de este capítulo.

División por dígitos y múltiplos de 10

En la clase del **10 de mayo**, la docente dicta a los alumnos el primer enunciado que los introduce a la división por dígitos:

> D: Don Pedro debe acomodar 778 huevos en cajas donde entran 6 huevos...
> *O: Antes de que termine de dictar… Juan Cruz interrumpe…*
> Juan Cruz: ¡¡Ah!! Ya sé, es 778, dividido 6. ¡Cómo odio las divisiones!
> D: A) ¿Cuántas cajas necesitará para acomodar todos los huevos? B) ¿Le quedó alguno sin poder acomodar?
>
> Transcripción de audio registro Nº 13

Bajo la consigna de "Se resuelve en grupos de a dos", la docente propicia una instancia en la que la búsqueda de resolución es un trabajo en pequeños grupos (de a dos), y luego una puesta en común. Podemos adelantar que algunas de las cuentas

[25] En las entrevistas la docente hace referencia a acuerdos con la docente del quinto grado, pero no a la del grado anterior. ¿Habrán resuelto esos niños en el tercer grado problemas donde las multiplicaciones cobran sentido?

producidas no son una solución a la división explicitada. Inicia entonces la docente un trabajo sobre la técnica reseñado en el capítulo siguiente.

En la clase del **11 de mayo**[26] la docente continúa con la propuesta de dividir por dígitos y copia en el pizarrón la siguiente actividad que no se alcanza a resolver y lo retoma en la clase siguiente. Propone números donde el dividendo no es múltiplo del divisor, aparece así el cuarto número habitualmente ignorado en la división: el resto. El enunciado no se discute, solamente se trata la técnica de la división.

> El verdulero ahora necesita acomodar en cajones y en partes iguales 196 calabazas. En cada cajón pondrá 3. ¿Cuántos cajones debe ocupar?
>
> Transcripción de audio registro Nº 14: 4

En la clase del **14 de mayo** la docente presenta oralmente una anécdota acerca de un alumno que había ganado unos premios diciendo:

> D: (…) Vamos a hacer divisiones con algunos de los premios que él se llevó *(risas)…* vamos a repartir.
>
> Transcripción de audio registro Nº 15:1

Este intento de plantear enunciados finalmente se ve malogrado debido a las innumerables interrupciones[27] que se van sucediendo por parte de los alumnos y entonces cambia de rumbo:

> D: Bueno… lo que yo quería que viéramos hoy, que charláramos un poquito de la "reversibilidad". ¿Qué quiere decir? La operación contraria… ¿La operación…?
> Agustina: Inversa
> D: Muy bien Agustina. Si yo tengo… hagan de cuenta que "ustedes tienen"… digan: yo tengo treinta y seis chupetines y los quiero repartir en partes iguales en seis (6) bolsitas…
> Juan Cruz: Seis Seño, seis, seis.
> D: ¿Cuántos chupetines pueden poner en esas bolsitas?
> (…) D: ¿Por qué seis Juan?
> Juan Cruz: Porque seis por seis es treinta y seis.
> D: Y treinta y seis ¿qué?
> Juan Cruz: Treinta y seis divido seis me da seis
> (…) D: Bueno, bueno atiendan, entonces seis veces seis, ¿cuánto es?
> Varios: Treinta y seis
> D: Claro, entonces yo pongo: seis en una bolsita, seis en otra bolsita, seis en otra, y así hasta completar las seis bolsitas… seis veces seis… treinta y seis. Y treinta y seis dividido seis es seis.
>
> Transcripción de audio registro Nº 15

A continuación plantea otro enunciado, con base en este último, donde aparece nuevamente el resto distinto de cero y aquí, la propuesta de la docente es una discusión sobre el modo en que debe considerarse "lo que sobra", o cuál es la cantidad mínima que se debería "agregar" para que no sobre nada. Se trata de distribuir 40 chupetines en 6 bolsitas,

---

[26] Transcripción de audio registro Nº 14
[27] Son comentarios que desvían del tema, ("yo vine al bingo ayer y no me saqué nada"… "mi mamá también pero no sacó nada")

D: ¿Cuántos chupetines voy a poner en cada bolsita?
Juan Cruz: Seño… no se puede, no hay ninguno en la tabla, me van a sobrar cuatro.
Franco: ¡¡¡No!!! Te van a sobrar dos; porque seis por siete es cuarenta y dos y te sobran dos.
(…) Juan Cruz: ¡¡Eh seño!!... pero me sobran cuatro; es treinta y seis porque…
D: ¿Por qué me sobran cuatro?
Juan Cruz: Y porque seis por siete es cuarenta y dos… ¡me paso!... entonces voy a tener treinta y seis y me van a sobrar cuatro.
D: ¡¡¡Bien!!! Entonces, voy a poner ¿cuántos chupetines en cada bolsa?
Franco: Seis
Andrés: ¿Dos?
D: Seis, pero ¿qué va a pasar, según lo que dice Juan Cruz?
Juan Cruz: Te van a sobrar cuatro
D: Me van a sobrar cuatro. ¿Los puedo poner en cuatro de las bolsitas a esos chupetines?
Varios: Sí, no, hum
D: No, ¿por qué cuál era la condición?
D: Claro, (…) Entonces…esta división que yo les hice de cuarenta (40) repartido en seis (6), ¿me dio una división exacta?, ¿yo dividí en forma exacta, no me quedó nada, no me sobró nada?
Varios: No
Jimena: No, me quedaron cuatro
D: Bien me quedaron cuatro sin poder repartirlos en las bolsitas, entonces ¿qué necesitaré para poder colocarlos en las bolsitas, como dijo Manuel?
Juan Cruz: Dos más
D: Necesito dos más, ¿y cuántas bolsitas podré armar con esas dos más?
Juan Cruz: Eh… ¡una bolsita más!
D: ¡Una bolsita más!... y así ¿cuántas bolsitas voy a tener entonces?
Juan Cruz: Eh…cuarenta
D. Si tenía seis…
Juan Cruz: Eh…cuarenta y dos… ¿cuarenta y dos? ¡¡¡Ah no!!!... Siete
Varios: Siete
D: Entonces ahora ¿cuántos chupetines voy a tener?
Juan Cruz: Siete bolsas… seis por siete cuarenta y dos… cuarenta y dos chupetines.
D: En total voy a tener cuarenta y dos chupetines
O: La maestra no parece estar dándose cuenta que ella está siguiendo adelante solamente con Juan Cruz; ni siquiera Franco la está siguiendo.(...)
D: Esos cuatro chupetines no los podía poner en las bolsitas, porque tenía que ser en partes iguales, porque me iban a quedar cuatro bolsitas con más chupetines y las otras dos con menos. Cuando queda un resto que no es cero, la división es inexacta o no es exacta. Cuando queda resto cero la división es exacta.

Transcripción de audio registro Nº 15

La decisión de tomar este extenso fragmento se justifica porque da cuenta de diálogo con un alumno donde se hace público cuál es el resto en el caso en que el cociente sea por defecto (resto cuatro), o por exceso (resto dos). Asimismo, la docente institucionaliza cuando una división es exacta o inexacta en base a un discurso, matizado por la intervención de un alumno, que está bajo su responsabilidad.

En continuidad con ese tema, presenta en forma oral el siguiente enunciado donde los alumnos comienzan a anticipar resultados a los que arriban a través del cálculo mental. Ella les sugiere que lo piensen mediante una descomposición del dividendo:

(…) D: El guardaparque tiene para los yaguaretés (…) setenta y cinco kilos de carne para repartir en cinco días para darle de alimento a los yaguaretés. ¿Cuánto les dará en cada día?

(…) Él quiere saber cuántos kilos para el primer día, cuántos kilos para el segundo, el tercero, el cuarto y el quinto. Lo tiene que hacer en partes iguales, no es que un día pueden comer mucho y otro día poco.

Transcripción de audio registro Nº 15

Finalmente, entre este enunciado y el de los chupetines y las bolsitas (40 ÷ 6) concluye estableciendo otra vez, las diferencias entre divisiones exactas y divisiones inexactas:

D: ¿Estamos? Ahora, miren bien la división, y yo les pregunto algo ¿le quedó a este guardaparque algún kilo dando vueltas por ahí?
Varios: No, no
D: No, quedó de resto cero. Que quiere decir que se pudo dividir en ¿forma?
Juan Cruz: Iguales
D: Iguales, ¿o?.... *(Silencio)* se llama en forma "exacta". Esa división que me da de resto cero, me va a decir, en este caso, que no me quedó ningún kilo sin poder repartir.

Transcripción de audio registro Nº 15

Luego les deja a los alumnos en el pizarrón las siguientes actividades.

<u>Divisiones exactas y no exactas</u>
<u>En el acuario</u>…

1. Ayudemos a resolver las siguientes situaciones:
2. La cuidadora de delfines quiere repartir 78 pescados entre los 6 delfines del acuario en partes iguales ¿Cuántos le tiene que dar a cada uno?
3. Completar el siguiente cuadro:

	DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE	RESTO
84 pescados entre 4 focas				
97 pescados entre 4 ballenas				
78 pescados entre 4 elefantes marinos				

4. Realicen las siguientes divisiones y señalen si son exactas o no

190: 4 = 374: 3 = 263: 2 = 565: 5 = 504: 6 =

Transcripción de audio registro Nº 15

En la clase del **17 de mayo**[28], la docente comienza con la consigna de "Vamos a hacer algunos ejercicios mentales", y les hace preguntas a los alumnos del tipo, "¿cuántas veces entra el número dos en el dieciocho?".

Luego les deja en el pizarrón una tarea del mismo tipo ("¿Cuántas veces cabe el--- en el---?").

En la clase del **18 de mayo**[29], el tiempo estuvo dedicado en su mayoría a la "autocorrección", en palabras de la docente, de la tarea pendiente de la clase anterior que apuntaba más bien a que se vieran los resultados y ellos se corrigieran "bien" ó "mal" y a "decir" qué operación se debió hacer. Luego les deja en el pizarrón algunos ejercicios[30] para resolver.

---

[28] Transcripción de audio registro Nº 16
[29] Transcripción de audio registro Nº 17
[30] Los ubicamos como nota al pie porque entendemos que distrae en la secuencia que estamos estudiando:

La siguiente clase donde la docente retoma como objeto de enseñanza la división es el **17 de octubre**. En el período intermedio trabajaron practicantes otros temas (que decidimos no tomar en esta investigación) y ella misma desarrolló temas relativos a otros ejes.

Esa clase se inicia con un diálogo sobre la relación entre multiplicaciones y divisiones como operaciones inversas. Luego introduce enunciados en torno a distribución de dinero:

> D. (…) Vamos a comenzar a repasar un poquito la operación inversa a la división. ¿Cuál era la operación inversa a la división?
> Juan Cruz: ¿Multiplicación?
> D: ¡Bien! La multiplicación. ¿Y se acuerdan que ustedes han estado practicando las divisiones por una cifra? Y habíamos dicho que en la división tenemos que hacer varias cuentitas que están metidas, escondidas… ¿Si?... ¿Se acuerdan…?
> *(Silencio)…*
> D: ¿Se acuerdan? (…) A ver… piensen… si yo tengo doce (12)… ¿Doce (…) caramelos, y los quiero repartir en seis personas en partes iguales.
> Franco: ¡Y bueno! Les das dos… ¿seis por dos?
> (…) D: ¿Por qué le voy a dar dos?
> Juan Cruz: Porque seis por dos es doce y doce dividido seis es dos.
> (…) D: Atiendan: sesenta y tres pesos y necesito repartirlos a esos pesos en siete días, en una semana; de lunes a domingo para gastar en cada día la misma cantidad de dinero.
> (…) José Francisco: Siete por nueve
> D: Porque siete por nueve ¿es cuánto?
> Varios: Sesenta y tres
> D: Sesenta y tres…
> (…) D: "Tengo doscientos cuarenta pesos – vamos a seguir con la plata, ando con ganas de tener plata-y los quiero dividir en diez días, me dieron esa plata.
> Franco: ¡Y eso ya es división de dos cifras!...Así que…. (…) Lo siento pero eso está pensado para que nosotros hagamos una división por dos cifras que todavía no hemos visto. *(Risas)*
> Transcripción de audio registro Nº 31:1; 2

Ya se había instalado públicamente en la clase que el tema a desarrollar era la división por bidígitos, por un hecho fortuito sucedido en el ámbito extra escolar.

> D: A ver, atiendan, vamos a comenzar a ver hoy…
> Franco: ¡Las divisiones por dos cifras! *(Risas)*
> Franco: Lo deducimos, porque la Seño *(Lo dice por la observadora),* en una verdulería yo le pregunté cuándo iba a volver a la escuela y ella me dijo que cuando empezáramos a dividir por dos cifras. ¡Qué mal lugar para decir eso!, ¡me atraganté con una manzana! *(Risas)*

A pesar de esa intervención de Franco con respecto al tema no visto, la clase sigue con algunos alumnos que tratan de dar una respuesta al enunciado.

> Juan Cruz: ¡Eh seño! ¡Mirá!... ¡Brenda está haciendo la cuenta en la mesa!
> (…) D: ¿Bueno a ver cómo lo podemos hacer?

Nos ejercitamos

Completá con lo que falta:	Desarmo números:
15.520 --	34.561 = 30.000 + ------ + 500 + ------ + ------
Ochenta y dos mil cien -----------------------	18.001 = 8.000 + ---------- + ---------
13.004 --	5.740 = 10 x -------- + 100 x ---------- + 1.000 x ------
Sesenta y tres mil dieciséis -------------------	26.071 = 1 x --- + 10 x --- + 1.000 x --- 10.000 x------
	-------- = 400 + 20.000 + 5.000 + 3

(…) Brenda: ¿Doscientos o ciento Seño?
D: ¡No! Doscientos cuarenta. A ver… Saquen papelitos, hagan dibujitos.
Juan Cruz: Veinte pesos con tres pesos… ¡Oh, no!
Franco: ¡Ah! ¡Ya sé! ¿Sería como una multiplicación por dos cifras que primero lo hacés con el cero y después lo hacés con el diez?
(…) D: ¿Cómo es Franco? No sé lo que me querés decir
Franco: Mirá, a ver, yo te voy a mostrar
D: ¡Bueno, dale! Busquen una hoja, un lápiz, dibujen, hagan lo que quieran… ¡En los bancos no eh!...Doscientos cuarenta pesos, tengo que repartirlo en partes iguales en diez días, para gastar la misma cantidad en cada día. *(Hacen silencio, no se ve a muchos escribiendo; solo Brenda, Jimena, Franco, Juan Cruz, Valentina, Andrés)*.
Juan Cruz: Me da veinte pesos
D: ¿Veinte pesos todos los días?
Brenda: A mí me diooo…
D: Fijate si la misma cantidad te dio para todos los días y que no te sobre nada, o que te sobre poco, o que te sobre…
D. Atiendan, es dividido en diez, dieces, son decenas.
Jimena: A mí ya me dio veinticuatro Seño
Valentina: A mí también

Transcripción de audio registro Nº 31:3

En el análisis del camino a la técnica, retomaremos este escenario porque las respuestas obtenidas son correctas pero provienen de cálculos mentales (lo deducimos por la inmediatez del resultado comunicado). La docente utiliza esas soluciones y destina un tiempo para hacer el cálculo escrito y explicitar algunos elementos que se constituyen en una tecnología ligada a números "fáciles". No son muchos los alumnos que participan: algunos dicen que no saben qué hacer y otros están distraídos.

Luego plantea otro enunciado oralmente:

D: Atiendan les voy a dar otro… Hay en un club de básquetbol cuatrocientas cincuenta pelotas (450), y el director técnico les tiene que entregar en partes iguales a diez equipos que hay en el club: están los mini, los mosquitos, etc...
Marcelo: Cuatrocientos cincuenta dividido diez
D: ¿Cuántas pelotas les tiene que dar a cada equipo, repartiéndolas en partes iguales?

Varios alumnos dan inmediatamente la respuesta correcta, 45. Algunos manifiestan que es re fácil, inclusive hay una sugerencia:

Juan Cruz: *(A la maestra)* ¡Pero vos no tenés que dar con esos números con cero!, ¡Así es fácil, porque todo número multiplicado por cero te va a dar cero!
D: ¡Sí! Pero acá yo les doy una división no les estoy dando una multiplicación.

En este caso no retoma la cuenta por escrito y propone otro enunciado de características muy similares, planteado en forma oral en dos partes:

D: Matilde, la portera de la escuela, está haciendo pan…y hoy va a hacer mucho pan, va a hacer ciento cuarenta panes. A esos ciento cuarenta panes los va a repartir en partes iguales en diez bandejas para poder meterlos al horno. ¿Cuántos panes van a poner en cada bandeja?
(…) D: Ahora Matilde tiene ciento cuarenta y dos panes (…) Entonces, si ella los tiene que poner en bandejas… (…) Piensen que esta vez no hizo ciento cuarenta panes, sino que hizo ciento cuarenta y dos. ¿Cuántos panes va a poner en cada bandeja?
(…) Franco: ¡Catorce! ¡Catorce en cada bandeja y le van a sobrar dos!...Seño, Se…
Franco: ¡No! ¡Va a necesitar once aunque no las llene con pan!
D: ¡Ahí está! Va a necesitar once bandejas, porque los tiene que cocinar a los panes, no los va a dejar sueltos ahí.

Transcripción de audio registro Nº 31:5; 6

Hay cambios en los datos del enunciado: al principio había 10 bandejas para recibir 140 panes y la pregunta era cuántos panes van en cada bandeja. Después hay 142 panes y la pregunta formulada es la misma, sin embargo, la respuesta que toma como correcta corresponde a la cuestión: ¿cuántas bandejas se necesitan si entran 10 panes en cada una? Pareciera que en el proyecto de enseñanza está el tratamiento del resto, y en la inmediatez que exige la interacción en el aula, hay una confusión en el enunciado.

Al final de la misma lección, propone otro enunciado similar pero esta vez por escrito para que los alumnos lo copien:

> *La maestra escribe la fecha y el título en pizarrón y comienza a dictarles.*
>
> | Miércoles 17 de Octubre
"Para pensar" |
> | --- |
>
> Para una fiesta se compraron 340 vasos para colocar en partes iguales en 10 mesas. ¿Cuántos vasos se colocaron en cada mesa?
> D: Leamos el problema en voz baja una vez, y después lo resolvemos entre todos.
> *(Algunos lo leen, pero otros se dedican a otras cosas, como a dibujar, a revisar libros, a conversar, otros como Jimena se viene hasta el banco a donde estoy yo para mostrarme un llavero, etc.).* Atiendan ¿cuántos dieces hay en el número trescientos cuarenta?
> D: *(Se ríe)* Treinta… y cuatro. ¡Muy bien!
> (…) D: ¿Lo dividieron en diez?
> Juan Cruz: ¡No! ¡Lo hicimos mentalmente!
> D: (*Se ríe*) ¡Lo hicieron mentalmente! Bueno, ahora lo hagamos en el pizarrón… ¿Te animás a pasar José Francisco?
> José Francisco: ¡Pero yo no sé dividir!
> D: ¡Bueno, pero lo vamos a hacer entre todos! Podemos decir entonces como ya estuvimos viendo, que hay treinta y cuatro dieces en trescientos cuarenta, o se puede hacer de otra forma.
> *José Francisco va haciendo la división en el pizarrón.*
>
> Transcripción de audio registro Nº 31:10

Cuando comienza la puesta en común, la docente pregunta "cuántos dieces hay" en el dividendo, enfatizando así cuántas veces entra el divisor (diez) pero en términos del uso del sistema de numeración. Es ella quien responde, los alumnos no parecen advertir la relación entre el dividendo 340 y el cociente 34 con el recurso a las decenas.

En la clase del **18 de octubre**[31]; la docente comienza proponiendo en forma oral, los siguientes enunciados que se resuelven con divisiones por un dígito

> D: Ahora escuchen, vamos a ir a una ferretería porque yo me estoy construyendo mi casa. *(Se ríe).* Hay un empleado en la ferretería y el encargado le ha pedido (…) que acomodara todo en partes iguales, (…) -atiendan que lo tienen que hacer mentalmente eh-. (…) en nueve cajas tenía que acomodar ciento ocho tornillos.
> Franco: ¡Ay! ¡Yo qué sé! ¡Yo me voy del aula!
> D: A ver… piensen eh. Lo tienen que hacer mentalmente. Son ciento ocho tornillos en nueve cajitas. (…). Dibujen la división en el aire así *(Les hace un trazado en el aire tal como si escribiera 108∟9).*

Luego continúa con otro enunciado

> D: Esperen un poquito, vamos hasta acá: ¿Cuántos clavos tenía?

[31] Transcripción de audio registro Nº 32

Varios: (*Gritando*) ¡Setecientos noventa y ocho!
Franco: Yo lo voy a anotar porque me olvido después.
D: ¡Setecientos noventa y ocho! Clavos. ¡Bien! Entonces le dijo: “estos setecientos noventa y ocho clavos, los va a tener que acomodar, repartir en siete cajitas en partes iguales. Les voy a dar una ayudita y les voy a anotar el número en el pizarrón para que no se lo olviden.
Transcripción de audio registro Nº 32:1; 3

Más tarde agrega a su propuesta situaciones orales y escritas, que se resuelven dividiendo por 10 y múltiplos de 10, que se hallan analizadas más adelante en este capítulo.

D: (…) Él tiene que repartir en partes iguales… atiendan… trescientas sesenta tachuelas en veinte cajitas. Trescientas sesenta tachuelas en veinte cajitas.
Juan Cruz: Treinta y seis
D: Repartidas en veinte cajitas… no en diez (…) ¿Cómo lo hacíamos al de veinte? ¿Se acuerdan?
Varios: ¡No!
D: ¡Oh no! ¡Ya se olvidaron!
Javier: Le sacamos los ceros y lo dividíamos por dos a lo que nos quedaba.
(…) D: Listo ¿ponemos la fecha de hoy? Hoy es jueves 18 de Octubre…y yo les voy a dictar unas situaciones problemáticas para que las vayamos resolviendo entre todos. ¿Estamos? (…)
D. De título ponen “Resuelve estas situaciones”, y les dicto:
1. Los empleados de una ferretería deben colocar 650 tornillos en cajas de 10 piezas cada una, y 1.200 tuercas en cajas de 100. ¿Cuántas cajas emplearán en total?
2. También hay 246 barras de acero y deben atarlas en grupos de 20 barras. ¿Cuántos atados podrán hacer? ¿Queda alguna barra sin agrupar?
3. Un camión cargó 136 bolsas de cemento para repartir en partes iguales en 30 casas en construcción. ¿Qué cuenta tuvo que hacer el camionero y cuántas bolsas dejó en cada casa?
4. Inventa una situación problemática utilizando esta cuenta 368 ÷ 40 =
Transcripción de audio registro Nº 32:11

El martes **23 de octubre**[32], la docente propone la corrección de los problemas que habían quedado de la clase anterior, y un alumno pasa para hacer en el pizarrón 136÷30. A continuación inaugura un tema novedoso: copia en el pizarrón enunciados con divisiones cuyos divisores bidígitos, tienen la unidad distinta de cero. El **24 de octubre**[33], la docente propone una “Maratón de divisiones” a modo de “cuentas peladas”. Lo desarrollado en estas dos clases es tema de la sección siguiente.

La clase del **25 de octubre**[34], estuvo dedicada a la corrección de divisiones con divisores con unidad distinta de cero, que habían quedado como tarea de la clase anterior.

El **30 de octubre**[35], como ya hemos señalado, la docente les presentó a los alumnos una serie de enunciados orales cuya resolución implicaba, en algunos casos divisiones y en otros multiplicaciones bajo el acuerdo de que es suficiente con poder

[32] Transcripción de audio registro Nº 33
[33] Transcripción de audio registro Nº 34
[34] Transcripción de audio registro Nº 35
[35] Transcripción de audio registro Nº 36

identificar la operación que resuelve. Tomamos aquí los enunciados referidos a divisiones con divisor dígito o múltiplo de 10:

> D: (…) les quiero presentar algunas situaciones muy cortitas, y ustedes, por ahora solo me van a decir qué operación matemática tengo que hacer para encontrar la solución. Y después, si nos sale hacerla rápido, podemos dar el resultado. Si no, me conformo por ahora con que me digan solamente con qué operación se resuelve. ¿Estamos? (…) decíamos que a la persona que estaba por pagar sus cuentas de fin de mes le había quedado un dinerito, y entonces esta persona pensó: "Este dinero seguramente me va a quedar todos los meses; por lo tanto me podría comprar un microondas para mi cocina que no tengo". (…) Ella quería pagarlo en unas seis cuotas. (…) salía cuatrocientos pesos ($ 400); para pagarlo en seis (6) cuotas. ¿Qué cuentita habrá hecho esta persona para saber cuánto iba a pagar en cada cuota?
> Juan Cruz (P*rácticamente sin demora alguna*): ¡Una División!
> Valentina: Una división
> Transcripción de audio registro Nº 36:1

La docente inicia la clase del **31 de octubre**[36], pidiendo a los alumnos:

> D: (…) vamos a hacer autocorrección de los problemas que teníamos para resolver ayer y de los ejercicios que teníamos de tarea.

Todo lo referente a estas correcciones y al trabajo que se lleva a cabo en la clase siguiente, correspondiente al **1 de noviembre,** se halla contemplado en el capítulo 5.

A modo de reflexión parcial:

La primera actividad relativa a división está planteada para realizar en pequeños grupos, ¿anticipaba dificultades en la resolución? A la luz de lo que exhiben los alumnos en el pizarrón efectivamente varias de las escrituras no conducen a la solución del problema. En la clase siguiente aparece un enunciado sencillo pero que plantea la existencia de un resto distinto de cero, como ya dijimos no se discute las condiciones de distribución de las calabazas, solamente se trabaja la técnica.

Luego, a través de enunciados donde se trata de repartos ("Los chupetines en bolsas") fortalece los vínculos entre multiplicación y división, y pone nuevamente a los alumnos a pensar en el "resto" de un reparto como un número que brinda información que debe ser analizada. Este tipo de trabajo es útil para pensar cuántas veces entra un número en otro y para incluir el resto, ambos elementos importantes en el algoritmo de la división. Institucionaliza la existencia de divisiones exactas y otras que no son exactas, es decir cuyo resto es distinto de cero. Todo este estudio, como lo muestra el extenso fragmento, se desarrolla en base a un diálogo entre la docente y algún alumno. Desde la perspectiva teórica que adoptamos, no consideramos que sea éste un espacio fructífero para el

[36] Transcripción de audio registro Nº 37

aprendizaje por parte de los alumnos. Es solamente la palabra del docente la que intenta provocar desafíos y la que se constituye en autoridad para distinguir lo que es correcto.

A través de cálculos mentales introduce la idea de cuántas veces entra un número en otro, la relación entre multiplicación y división en esas respuestas es directa y muy necesaria para el aprendizaje del algoritmo de la división. Lo que no es seguro que sea evidente para la clase, y por ahora no está explicitado, es qué relación hay en una división entre el divisor y el dividendo en relación con cuántas veces entra un número en otro.

Pasan luego varios meses (de mayo a octubre, entre ellos las vacaciones de invierno) y al retomar el tema, como vimos en el fragmento del registro, los alumnos ya sabían que en ese día empezarían a tratar la división por bidígitos. Refuerza el vínculo entre división y multiplicación haciendo explícito que "seis por dos es doce y doce dividido seis es dos" a través de diferentes ejemplos e inmediatamente comienza a plantear repartos con divisor igual a 10. En esa clase, los tres primeros dividendos que aparecen en los enunciados son 240, 450 y 140. Aunque algunos alumnos los resuelven mentalmente, la docente exige en particular para el primero, que hagan la cuenta públicamente en el pizarrón. Para los siguientes analizan los resultados a través de un diálogo en el cual participan algunos de los alumnos. Luego, en la misma historia de los panes ya planteada, hay que repartir 142 en 10 bandejas. Como ya señaláramos hay un cambio en los datos ya que los alumnos proponen que se utilice una nueva bandeja, es decir 11. Luego plantea, por escrito, repartir 340 vasos en 10 mesas y aquí también exige la cuenta escrita. La clase termina con el planteo de algunos cálculos donde los divisores son múltiplos de 10, a los que haremos referencia en el capítulo siguiente.

En la resolución del enunciado de la ferretería, donde hay que dividir 108 en 9, no se percibe con claridad la intención didáctica de la docente, ya que en un primer momento su consigna es resolver mediante un cálculo mental, y más tarde les sugiere el "trazado de la cuenta en el aire". Asimismo, cuando propone verificar el resultado guía oralmente a los alumnos según los pasos de la forma del cálculo escrito.

Hay cierta similitud en el desarrollo de las secuencias sobre multiplicación y división. Tal como lo anunciáramos los problemas corresponden a suma reiterada y repartos, respectivamente. Se inicia con la recuperación del algoritmo por dígitos y luego se pasa a 10 y a múltiplos de 10. En la división hay preocupación por considerar el resto como uno de los elementos importantes en esta operación.

El cálculo mental es propuesto como un recurso por la docente para resolver 75÷5, en el problema de los yaguaretés. Luego, cuando el divisor es 10 son los alumnos los que obtienen la solución mentalmente. De acuerdo a la intención didáctica, la docente solicita o no la escritura convencional de la cuenta. Veremos en el capítulo 5 cómo utiliza las soluciones dadas por los alumnos como un modo de introducir elementos tecnológicos referidos a esos casos particulares.

4.1.2. Problemas que acompañan la presentación de la técnica convencional de la multiplicación por bidígitos

En la presente sección mostramos aquellos enunciados que oficiaron de "presentadores" del algoritmo de la multiplicación por bidígitos que no son múltiplos de 10. Además, a los fines de poder ampliar la mirada sobre las diferentes decisiones tomadas hemos incluido también algunos fragmentos de entrevistas realizadas con la docente observada.

Durante un período relativamente corto se llevaron a cabo en el aula actividades matemáticas que exceden al tema de esta sección[37], es por esto que hemos tomado en consideración a partir de la clase del **21 de mayo**. La docente comienza dicha clase advirtiéndoles a los alumnos que prestaran mucha atención porque comenzarían un tema nuevo, y seguidamente les presenta oralmente el siguiente enunciado:

> D: (…) Bueno escuchen este problemita: Florencia tiene un álbum de figuritas y tiene unas páginas, veinte páginas y en cada hoja… (Tomando una carpeta, les dice…) hagamos de cuenta que este… el álbum, o sea de adelante y de atrás de la hoja, ella tiene que poner once figuritas. Entonces ella quiere calcular cuántas figuritas tiene que juntar para llenar el álbum. (…) en cada hoja tiene que pegar veinte figus. Entonces, once figuritas en cada hoja ¿sí?[38]
>
> Trascripción de audio registro Nº 18: 1

A partir de esto comienza una serie de intervenciones de los alumnos que anticipan resultados mediante la utilización del cálculo mental, entre ellas:

> (…) Javier: Y, si vos tenés que juntar once figuritas para llenar una página, y tenés veinte páginas… tenés que hacer veinte por once… ciento diez.
> Juan Cruz: Doscientas diez
> Javier: ¡Ciento diez!
> Franco: Ciento diez
> D: ¿Están seguros?
> Juan Cruz: Creo
> D: Bueno pero ¿por lo menos están seguros de que tenemos que hacer una multiplicación?

[37] Del 10 al 18 de mayo se sucedieron cinco clases que estuvieron planteadas en torno al trabajo con descomposiciones numéricas y divisiones. (Véase Transcripciones de audio; registros Nº 13; 14; 15; 16 y 17)
[38] La consigna es ambigua, más adelante volveremos sobre esta cuestión a través de un fragmento de la entrevista a la docente.

Varios: Sí, si
(…) D: Hagamos una cosa para que no se les complique. En vez de veinte hagamos diecinueve.
Juan Cruz: ¡¡¡Así es más difícil!!
Trascripción de audio registro Nº 18: 1

¿Qué pasó con ese enunciado del problema? Ante nuestra mirada resulta ambiguo ya que se habla de hojas y páginas lo cual no contribuye a hacerse una buena idea de los datos, como así tampoco a imaginar la escena de la historia. Luego, en la consigna se confunde el número de figuritas a pegar en cada "hoja", 20, 11… Pero los alumnos no cuestionan la consigna y uno de ellos propone resolver la cuestión haciendo el producto 20 x 11. Al menos tres de los alumnos, que son los que participan públicamente, realizan el cálculo mentalmente. No explicitan el modo de hacerlo, las técnicas más accesibles podrían ser las siguientes que simbolizamos

20 x 11 = 20 x (10 + 1) = 200 + 20, o bien

20 x 11 = 11 x 20 = 11 x 10 x 2

Pero sea cual fuera la técnica, el cálculo mental está produciendo una respuesta que no es solución al problema. Además y fundamentalmente para la gestión de la docente, no conduce al planteo de la cuenta por bidígitos escrita. Por eso el cambio de números en la consigna: 19 x 11 y el reclamo inmediato de un alumno de que eso es más difícil[39].

Al respecto, en una entrevista posterior, la docente expresó:

E: ¿Ese fue un problema que se le ocurrió en el momento? ¿O era uno que ya traía armado?
D: Sí, en el momento, se me ocurrió en el momento.
E: ¿Y los números?
D: También. Y después dije: no es el ideal ese número.
(…) D: (…) en el momento cuando entré (…) les dije cualquier número y leyendo después me di cuenta de eso. Porque mirá, los números estos que finalmente fueron los que yo les dije: el veinte y el once, y que también les hice lío con la página, las hojas…y además me di cuenta que el de veinte nos iba a ser dificultoso y entonces les dije yo: bueno, vamos a hacerlo con diecinueve (…) se los cambié. (…) no eran esos los números que tenía que elegir, ¡y menos con ese cero! Y entonces les dije: bueno… para que no nos compliquemos vamos a hacer diecinueve, fue para encaminar la multiplicación como yo quería darla.
Transcripción tercera entrevista: 3

Los diferentes resultados que iban anticipando los alumnos, como así también el "aparente desacuerdo" al respecto parecen darle cierta información que la lleva a intervenir públicamente para mostrar un contraste entre los conocimientos nuevos y los viejos:

(…) D: Atiendan… ¿Ustedes saben multiplicar así? (E*scribe en el pizarrón.)*

[39] Esta reacción del alumno muestra que no están disponibles estrategias de cálculo mental, porque no sería inalcanzable la resolución que expresamos como: 19 x 11 = 19 x (10 + 1) = 190 + 19 o también, 19 x 11 = (20 – 1) x 11 = 220 – 11.

19 x 11 -----------

(…) D: Así, ¿por dos cifras? ¿O hasta ahora hacíamos esto? *(Escribiéndoles lo siguiente en el pizarrón)*

45 x 4 -------------

Transcripción de audio registro Nº18: 5.

Algunos de los alumnos dicen que sí, otros admiten que no, discuten, no se ponen de acuerdo, hasta que Manuel (que viene de otra escuela) pide pasar al pizarrón y organiza una escritura al modo convencional pero con una técnica errónea. Veremos en el capítulo siguiente cómo se desarrolla esa clase.

Luego, durante la misma clase presenta el siguiente enunciado escrito y seguidamente comienza un diálogo con toda la clase para su resolución.

<u>Multiplicamos por dos cifras</u> Las señoritas compraron para el kiosco 48 cajas con 12 alfajores de chocolate en cada una. ¿Cuántos alfajores tienen para vender? ¿Qué operación tengo que hacer? ¿Cómo la hago?

D: Momento de resolver. ¿Qué operación tenemos que hacer para averiguar cuántos alfajores tienen para vender?
Juan Cruz: Una multiplicación
D: Gonzalo, ¿querés pasar para hacerlo? (….) Tenemos que averiguar cuántos son todos los alfajores que tienen para vender… ¿Cómo lo hacemos?
Brian: Multiplicando
Gonzalo: ¿Multiplicando?
D: Bueno, hacé la cuenta en el pizarrón. Vamos, la tenemos que pensar como que primero tenemos que hacer dos por cuarenta y ocho, y después uno por cuarenta y ocho. Entonces decimos: ¿dos por ocho? (…)

Transcripción de audio registro Nº 18:11; 13

Posteriormente hay en la clase dos intentos de resolución en el pizarrón realizados por otro alumno, y luego la descripción de la técnica por parte de la docente que retomaremos en los caminos de enseñanza de las técnicas.

La clase del **30 de Mayo**[40] giró en torno a la corrección y puesta en común de algunas de las actividades correspondientes a unas copias que los alumnos se habían llevado de tarea a sus hogares “Cuentas para pagar las cuentas”, luego se sucederán diez clases gestionadas por los alumnos practicantes. Las propuestas presentadas por los mismos en torno a la multiplicación y a la división se centraron en el trabajo con multiplicaciones por potencias de 10, multiplicaciones por dígitos, una clase destinada al repaso de la

[40] Transcripción de audio registro Nº 20

técnica de la multiplicación por bidígitos (20x12) donde, luego de destacar con colores diferenciados la unidad y la decena, institucionalizó la técnica del algoritmo de la siguiente manera: "(…) escriban lo que les voy a dictar: Primero multiplico el 2 que es la unidad, por 20, luego dejo el lugar de las unidades y pongo una rayita, el cero o nada porque ahora voy a multiplicar las decenas; o sea el 1. Multiplico las decenas, y por último sumo los dos resultados y listo". En el recreo le comenta al observador: "Yo ya sé que esta parte de dictar la forma del algoritmo de la multiplicación estuvo muy conductista, pero vos viste que lo que más hacemos acá es todo oral y en la prueba los chicos se olvidaron de dejar ese espacio debajo de la unidad; y la gran mayoría tuvo mal las multiplicaciones por ese descuido. Por lo menos así tienen algún lugar por si quieren ir a consultar en caso de que tengan dudas".

Además introduce la modalidad de tomar, a modo de lección oral todas las clases, las tablas de multiplicar del 2 al 9, designando a diferentes alumnos para que las reciten (ya sea una tabla completa o algunos productos que él pida). Presenta enunciados para resolver con: (138 x24); (27x12); (85x12). Propone productos ya resueltos para decidir si son verdaderos o falsos 25 x 26 = 550; 123 x 27 = 720; 78 x 24 = 1.824; 14 x 33 = 468 y finalmente, revisa divisiones por dígitos: 488÷ 8; 864÷ 4; 672 ÷ 6; 138÷5; 157÷4.

Al término de este período se da comienzo a una serie de actividades diseñadas para la introducción de la división por bidígitos.

El **30 de octubre**[41], inicia la clase proponiendo ciertos enunciados para distinguir, en primer lugar cuál es la operación que los resuelve (multiplicación y división por bidígitos) y luego resolver con los cálculos correspondientes.

> D: (…) "Lorena le pidió un préstamo al banco para comprar un automóvil usado. Tiene que devolverlo en 48 cuotas de $ 207 ¿Cuánto dinero va a devolver en total?"(…)
> *O: (...) Una de las cosas que me interesa destacar es la particular resolución por la que la gran mayoría de ellos optó al momento de abordar el problema Nº 3, que refiere al préstamo que pidió Lorena. Esta gran mayoría – 100% de los alumnos que se acercaron a consultar- decidió que ese problema también se resolvía mediante una división. Cuando le pregunté a Juan Cruz, por qué creía él que debía hacer una división para resolver el problema, se sonrió y me dijo que "porque estamos aprendiendo a dividir por dos".*

A modo de reflexión parcial:

La docente introduce la multiplicación por bidígitos que no son múltiplos de 10 a través de un enunciado oral que por referirse a una actividad familiar para los alumnos, no planteó dificultades de gestión. Como vimos en la entrevista, admite cierta improvisación en la elección del problema y ello la conduce a un diálogo con los alumnos para avanzar en el desarrollo de la clase. Además, como ya vimos, la elección

[41] Transcripción de audio registro Nº 36

de los números no favorece su proyecto ya que los alumnos recurren al cálculo mental y ella busca instalar la necesidad de multiplicar por bidígitos. Los conocimientos en juego son diferentes, los números actúan como *variables didácticas*, y de allí surge el cambio (de 20 a 19).

Da una oportunidad a los alumnos para que individualmente o en pequeños grupos intenten resolver esa operación, pero la información que recoge la lleva a plantear explícitamente el tema nuevo, "hasta ahora hacíamos esto" (45 x 4) y "¿Ustedes saben multiplicar así?" (19 x 11). Algunos alumnos no parecen distinguir cuál es la cuenta que saben resolver y cuál no, su responsabilidad con respecto a los conocimientos en juego se manifiesta frágil. La docente muestra que hay una ruptura en la presentación de la cuenta pero, como veremos en el capítulo 5, en la explicitación de la técnica trata de evitar esa ruptura en el pasaje del algoritmo por dígitos a bidígitos. Un indicador de este hecho está expresado por: "Miren, cuando multiplicábamos por una sola cifra, la cuenta se terminaba acá, *(Tapa la decena en el 11)* (…)".

Como veremos oportunamente, el enunciado de la técnica para multiplicar por la decena sigue inmediatamente después, y luego, en la misma clase otro problema donde se plantea 48 x 12. Es llamativa la elección de los factores, el primero (el multiplicando) es un número de dos cifras y el segundo es 11 en el primer problema y 12 en el segundo. En una entrevista explicita un acuerdo con la docente de 5° grado en el cual se organiza la enseñanza de la técnica teniendo en cuenta que después de la multiplicación por múltiplos de 10 (10, 20, 30, etc. y también 100, 200, etc.) se trabaja como segundo factor (el multiplicador) el 11, el 12, el 21, el 31, etc. Veremos que generalmente este acuerdo se manifiesta vigente, también en la elección de los divisores.

4.1.3. Problemas que acompañan la presentación de la técnica convencional de la división por bidígitos

Como ya lo mostramos en el análisis de los problemas que se resuelven con división por dígitos y por 10, el tema comenzó a tratarse en la clase del **10 de mayo** y fue el **17 de octubre** donde aparecieron problemas que se resolvían con una división donde el divisor es igual a 10. En algunos de ellos aparecían restos, como en el de los 142 panes que van al horno en bandejas de a 10.

Al finalizar esa clase, la docente plantea ejercicios donde los divisores son múltiplos de 10, y el **18 de octubre**[42]; comienza proponiendo en forma oral, los siguientes enunciados que se resuelven con divisiones por un dígito (el de la ferretería: 108÷9)[43], al que le introduce algunas variables que le permiten incluir divisores múltiplos de 10 (360÷20; entre otros)[44] ya tratados en la sección 4.1.1.

La clase del **23 de Octubre**[45] comenzó con la corrección de los ejercicios que habían quedado pendiente de la clase anterior (véase en los caminos de la técnica en el capítulo 5). Finalizado esto, la maestra coloca la fecha en el pizarrón y anota los siguientes enunciados en donde aparece como "novedoso" divisores con unidad distinta de cero.

Martes 23 de Octubre

La cuota más barata

1. Juan José compró un celular y eligió el que se pagaba con la cuota más barata.

Marcá el celular que compró Juan José.

a) $ 480 a pagar en 10 cuotas iguales.
b) $ 678 a pagar en 21 cuotas iguales.
c) $ 806 a pagar en 31 cuotas iguales.

2. Mariela quiere comprar un TV para regalarle a su abuela, el valor es de $ 1312 y quiere pagar en 41 cuotas iguales. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

D: Bueno, lean el primer problema en voz baja para entender lo que hay que hacer.
(…) D: Pasá Brenda
O: Brenda c*opia la división en el pizarrón y dirigiéndose a su maestra le dice*…
Brenda: ¡Uy! ¡Me mataste Seño con este veintiuno!

Transcripción de audio registro 33:2

El **24 de Octubre**[46] la docente inicia la clase diciéndoles a los alumnos que:

D: (…) Hoy va a ser práctica, no voy a poner ninguna situación problemática, solo vamos a practicar todos los pasos que hacemos en una división. ¿Estamos?

Les presenta entonces una serie de "cuentas peladas", y la clase del **25 de octubre**[47] presenta características muy similares, donde la docente propone corregir las actividades que han quedado como tarea de la clase anterior. Es por ello que todo lo referente a estas dos clases se aborda en en el próximo capítulo.

El **30 de octubre**[48], les dicta cuatro enunciados, de los cuales se exponen aquí aquellos cuya resolución involucra una división por bidígitos.

[42] Transcripción de audio registro Nº 32
[43] Transcripción de audio registro Nº 32:1
[44] Transcripción de audio registro Nº 32: 5;11
[45] Transcripción de audio registro Nº 33
[46] Transcripción de audio registro Nº 34
[47] Transcripción de audio registro Nº 35
[48] Transcripción de audio registro Nº 36

> D: “Uno” “Una planta embotelladora de gaseosas tiene que enviar 966 botellas a un supermercado. Si las coloca en cajones de 21 botellas, ¿cuántos cajones son necesarios?”
> “Cuatro” “Mecha ahorró $1.360 para hacer un viaje. Quiere que el viaje dure la mayor cantidad de días posible, hasta que se le termine el dinero. Si le queda un resto se comprará un recuerdo. Calculó que en comida y hospedaje gastará $ 54 por día. ¿Cuántos días durará el viaje? ¿Le sobrará dinero para el recuerdo?”

Hacia el final de la clase y de tarea, la docente copia en el pizarrón seis cuentas peladas.

Los sucesos de las dos clases restantes, correspondientes al **31 de octubre**[49], y al **1 de noviembre**[50], son materia de abordaje del capítulo 5.

A modo de reflexión parcial:

El proyecto didáctico de la docente incluye distinguir cuál es la operación que permite resolver el enunciado planteado (es una multiplicación o una división), es decir trabaja sobre el concepto de la operación: ¿qué tipos de problemas se resuelven con uno u otro de esos objetos en juego? Los enunciados se dan juntos, en una misma clase. Los escenarios en torno a las cuotas se reiteran en problemas que preguntan por el valor de una cuota y otros donde la incógnita es el valor total a pagar sabiendo el número de cuotas y el monto de cada una. En este último caso, los alumnos que se acercaron a consultar a la observadora habían decidido que también se resolvía con una división. En su registro, la observadora escribió: *Cuando le pregunté a Juan Cruz, por qué creía él que debía hacer una división para resolver el problema, se sonrió y me dijo que "porque estamos aprendiendo a dividir por dos".*

Esta interacción del alumno con el problema es interpretada, desde el enfoque teórico adoptado, en términos del contrato didáctico: la expectativa del alumno pasa por cumplir con una supuesta intención del docente. El alumno asume que su responsabilidad es escribir y resolver una división por dos cifras, en lugar de analizar el enunciado en términos de datos e incógnita.

Además, entre las responsabilidades del docente, está presente la enseñanza del algoritmo, con una lógica que parece conducir de los casos “fáciles” (el divisor es 10, 21, 31) a otros como 46, 98,…

Nos parece importante recordar, tal como lo vimos en el capítulo 2, que ambos contenidos *Resolución de situaciones problemáticas que impliquen el uso de operaciones (...)* y

[49] Transcripción de audio registro Nº 37
[50] Transcripción de audio registro Nº 38

están enunciados en el DCP, es decir que los saberes comunicados por el docente son acordes a la relación oficial con el saber, tal como lo señalábamos en el capítulo 1 (véase p. 14).

CAPÍTULO 5

Hallazgos en torno a los caminos de enseñanza de las técnicas

A la humanidad le llevó siglos elaborar un sistema de numeración económico y diseñar algoritmos generales para la resolución de las operaciones básicas. Ambos saberes son de una gran complejidad y quienes los utilizan cotidianamente tal vez nunca se preguntaron por qué tal secuencia de pasos conduce a la solución buscada. Las propiedades del sistema posicional y de las operaciones ocultan de alguna manera las razones por las cuáles esos modos de hacer, es decir esas técnicas, están fundamentadas en las tecnologías correspondientes. En la enseñanza no es sencillo favorecer la construcción de esas técnicas convencionales de cálculo, por ello en este trabajo y de acuerdo al análisis realizado preferimos hablar de “enseñanza de la técnica” más que de “construcción del algoritmo” de la multiplicación y división por bidígitos, como lo plantean los DCP.

De acuerdo a lo esbozado en el primer capítulo del presente trabajo (Perspectivas Didácticas) trataremos de desarrollar con más detalle lo dicho en el párrafo anterior. Podríamos hablar de “construcción del algoritmo” cuando la técnica viene acompañada por una tecnología adecuada. El discurso tecnológico, en este tema, se refiere a las propiedades del sistema posicional y de las operaciones, las relaciones entre ellas, el sentido de las operaciones (es decir problemas que se resuelven con ella y cuáles no, vinculaciones con otras operaciones, economías que involucran), los modos de escritura. En un proceso que se aproxime a esas condiciones, la escritura final de la técnica convencional no será más que otro modo, precisamente el estándar, de escribir lo que de alguna manera ya se sabe hacer. Pero la sociedad exige saberlo de cierta manera y en ese paso, es esencial la intervención del docente para dar a conocer ese algoritmo que es un saber y por tanto pertenece a la cultura.

En esta sección realizamos un esfuerzo por mirar en profundidad el tipo de trabajo que propone la docente con respecto a las técnicas convencionales para resolver multiplicaciones y divisiones por dígitos y bidígitos. Para ello, retomaremos cada una de las lecciones donde se plantearon problemas que condujeron después a los diálogos que, de un modo radial desde la docente, se constituyeron en el modo de abordaje de las diferentes técnicas: multiplicación por dígitos, potencias de diez y bidígitos; división por dígitos, múltiplos de diez y bidígitos. Con la intención de visualizar más claramente la secuencia, presentamos solamente dos secciones: en una de ellas abordamos la organización para enseñar la técnica convencional de la multiplicación, en la otra la correspondiente a la división.

5.1. Técnica convencional de multiplicación

En la clase del **26 de abril**, basándose en las cantidades repetidas de los puntajes que aparecen en un juego de dados, la docente introduce la idea de multiplicación como suma abreviada, o como la operación que simplifica la adición entre sumandos de igual valor. Esta es la primera instancia de clase en que se presenta de modo explícito el algoritmo de multiplicación por dígitos.

> D: Ahora les pregunto una cosita, en esas anotaciones que hicimos, ustedes tenían que sumar todos los puntajes que obtuvieron sus compañeros, y ponerlo al final. En estos casos, en que las cantidades se repiten, ¿qué hicieron?... ¿sumaron?... ¿o utilizaron alguna otra operación?...
> (…) D: Franco tiene: doscientos cincuenta, doscientos cincuenta, doscientos cincuenta
> (…) D: Bueno, ahí…para poder sumar estas cantidades que son iguales… ¿se puede utilizar otra operación matemática que no sea una suma?
> (…) Brian: Multiplicación
> D: ¿Una multiplicación Brian? ¿Qué vamos a multiplicar?
> Brian: ¡No!... ¡dividir!
> (…) D: Si yo sumo dos, más dos, más dos, más dos, más dos, más dos, más dos. ¿Qué puedo hacer en vez de sumar tantas veces el dos?
> Lourdes Z: Yo ya sé, ya sé…dos por…

D: Mul- ti -pli –co. Entonces una multiplicación… ¿Vieron que es algo que ya saben y que no estaban atendiendo recién? Ahora yo les pregunto… ¿Es lo mismo decir doscientos cincuenta, más doscientos cincuenta, más doscientos cincuenta; que decir doscientos cincuenta por tres?
Varios: ¡Sí!
Juan Cruz: Porque me da lo mismo (…)

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times\ 3 \\ \hline 750 \end{array}$$

Luego[51], la docente comienza a hacerles preguntas a los alumnos que apuntan a recuperar los conocimientos con respecto a la denominación de los números que intervienen en una multiplicación, hasta que en un determinado momento lo institucionaliza escribiendo en el pizarrón:

D: Bueno, bueno…Vamos a sacar las carpetas para ir escribiendo esto de la multiplicación que estamos repasando hoy.
Las partes de la multiplicación
La Multiplicación
Recordamos los elementos:

Puntaje	Multiplicación
250 + 250 + 250 =	250 x 3 = 750
	↓ ↓ ↓
	Factores Producto

En esa misma clase a través de enunciados sencillos introduce la multiplicación por diez. Tal como lo planteamos dichos enunciados son:

Situaciones para resolver
1)- ¿Cuántos melones se cargaron en un camión, si se colocaron 10 cajones con 24 melones en cada uno?
2)- Luis y Estela tienen una quinta y plantaron 15 filas de manzanos y en cada fila 9 manzanos. ¿Cuántos árboles de manzanos hay?
(…) D: ¿Puedo hacer esto? (…) ¿Puedo sumar veinticuatro, más veinticuatro, más veinticuatro, más….?
Andrés: No seño; eso cuando no existe la multiplicación.
(…) Franco: Sí, se puede, pero es más fácil hacer una multiplicación de diez por veinticuatro.
(…) D: (…) ¿Saben cuánto es diez por veinticuatro? *(Se hace silencio* ¿Cuánto es nueve por diez?
Andrés: Novecientos.
D: ¡Nueve por diez!
Juan Cruz: Noventa.
D: ¿Ocho por diez? *(Comienza a señalar al azar).*
Melani: Ochenta
D: ¿Cinco por diez Lourdes?
Lourdes: *(Silencio, piensa)* Cincuenta
(…) D: Ahora les pregunto ¿Qué hicieron cuando multiplicaron…?
*O: La maestra anota en el pizarrón…*3 x 10 = 30; 4 x 10 = 40 y 5 x 10 = 50
D: Anoté lo que me dijeron ustedes. Atiendan acá, no escriban, es un ratito. Ustedes dijeron: tres por diez, treinta; cuatro por diez, cuarenta. Entonces fíjense acá en el tres, yo en el resultado repito el tres ¿Y que se le agrega?
Karen: Un cero
D: ¿El cero de quién?

[51] Véase Transcripción de audio registro Nº 9: 4

Varios: Del diez
D: Del diez, porque estoy multiplicando por diez.
Muy bien, miren acá esta multiplicación *(Escribe en el pizarrón* 10 x 24 =*)* ¿estoy multiplicando por diez?
Varios: Sí, no, ¡Ah sí, sí!
D: ¿Sí o no?
Varios: ¡¡Sí!!
Karen: ¿Da doscientos cuarenta?
D: ¿Por qué te va a dar doscientos cuarenta Karen?
Karen: Porque le agregás un cero.
D ¿A quién le agregás un cero?
Karen: Al cuatro… al veinticuatro.
D: Al veinticuatro, fíjense *(Señalando el pizarrón).* Porque ustedes no saben multiplicar por dos cifras… ¿O sí?
Varios: Sí…no.
(…) D: Fíjense que ustedes me dijeron: uno por diez, diez; dos por diez, veinte; ¿qué le agregaron al dos?
Varios: Cero.
D: Cero. ¿Tres por diez?
Varios: Treinta
D: Le agregaron al tres ¿qué cosa? (…) Bueno, vamos a decir entonces que: si yo multiplico… cualquier número que yo multiplique por diez… fíjense el veinticuatro… le agrego al veinticuatro ¿qué cosa?
Karen y otros: Cero

Transcripción de audio registro Nº 9: 5 a 8.

En forma oral y en base a la búsqueda de regularidades en productos que los alumnos pueden hacer mentalmente, la docente enuncia la técnica para multiplicar por 10. El ejemplo 10 x 24 se sale un poco del esquema, ya que es más fácil de pensar si se aplica propiedad conmutativa entre los factores, es decir 24 x 10.

En la clase del **3 de mayo,** la docente retoma el problema que había quedado de tarea, y en la primera parte del diálogo obtiene que se resuelva con una multiplicación. El enunciado es:

Mi hermano quiere comprar un MP3 en seis cuotas de $ 198 cada una. ¿Cuál es el valor final del MP3?

(…) D: Pero ¿cuál es la operación que nos permite a nosotros achicar esa suma, abreviarla?
Varios: Multiplicar, la multiplicación.
D: Bien, ¿quién va a pasar a hacer la multiplicación?
Varios: Yo, yo, yo
D: Va a pasar Franco. Recuerden que ciento noventa y ocho era una cuota.
Franco escribe en el pizarrón

	5	4	
	1	9	8
	x	6	
1	1	8	8

D: Entonces ¿cuánto sería el costo final del MP3?
Varios: Mil ciento ochenta y ocho.

Trascripción de audio; registro Nº 10: 2

El **4 de mayo**, la docente propone una tabla con la intención de introducir los productos con potencias de diez a través de la búsqueda de regularidades. Este intento es más sistemático, es escrito e involucra factores que son potencias de 10, siempre ubicados a la derecha de un número en el cual no hay ceros entre sus cifras.

> D: Bueno ahora yo les voy a poner en el pizarrón unas cosas y ustedes van a tener que observar estas multiplicaciones y esos resultados. (…)

¿Qué sucede con estas multiplicaciones?

3 x 10 = 30	3 x 100 = 300	3 x 1.000 = 3.000
14 x 10 = 140	14 x 100 = 1400	14 x 1.000 = 14.000
258 x 10 = 2580	258 x 100 = 25800	258 x 1.000 = 258.000
75 x 10 = 750	75 x 100 = 7500	75 x 1.000 = 75.000

Trascripción de audio registro Nº 11

Los cálculos ya están resueltos (¿para no correr riesgos con posibles respuestas erróneas que distraigan el proyecto didáctico?), los diálogos en la clase conducen a hacer pública la técnica:

> D: (…) Muy bien. Entonces estos ceros del diez, estos ceros del cien y estos ceros del mil, cuando yo tenga que multiplicar, van a aparecer ¿en dónde?
> Juan Cruz, Karen y Jimena: En el resultado.
> Varios: En el resultado.
> (…) D: ¡Muy bien! ¿Por qué les enseñé esto yo?
> Juan Cruz: ¿Para qué nos sea más fácil?
> Andrés: ¿Para tomarnos una pruebita?
> D: ¿Para qué será?
> (…) D: Entonces esas multiplicaciones son para hacer las cosas más qué…
> Varios: Más rápido
> D: ¡Eso es!... más rápido, multiplicaciones más prácticas.
>
> Trascripción de audio registro Nº 11

No hay evidencias en el registro de que los alumnos hayan copiado la regla enunciada, quedaron solamente las cuentas resueltas. No hay explícitamente una relación entre la técnica y el sistema de numeración, que proporcionaría un discurso tecnológico adecuado.

El **7 de mayo**, el enunciado oral plantea la existencia de una bodega con 100 barriles de 54 litros cada uno. Se trata de averiguar cuántas botellas de 1 litro de capacidad se necesitarán para envasar el vino.

> (…) D: ¿Qué tenemos que hacer entonces para saber cuántas botellas tiene que comprar el dueño de la bodega?
> Franco y Juan Cruz: Una multiplicación, una multiplicación.
> (…) D: ¿Por qué una multiplicación?
> (…) Karen: Porque tenés que hacer cincuenta y cuatro por cien.
> D: ¿Por qué tengo que decir cincuenta y cuatro por cien?
> Manuel: Porque son cien barriles de cincuenta y cuatro litros cada uno.
> (…) Juan Cruz: *(Se dirige a la maestra)* Y vos siempre decís "para hacerlo más corto, es cincuenta y cuatro por cien".
> D: Cincuenta y cuatro por cien… ¿Y qué teníamos que hacer cuando multiplicábamos por cien como en este caso?
> Varios: (*Gritos)*, Yo, yo…
> Franco: Agregarle los ceros del cien al cincuenta y cuatro y queda cinco mil cuatrocientos.
> D: ¡Bien!, si tenemos que un barril tiene cincuenta y cuatro litros y tengo cien barriles… miren lo podemos expresar así: *(La maestra anota en el pizarrón).*54 x 100 = 5.400
> Entonces al cincuenta y cuatro le agregamos los ceros del cien, (…)

D: Entonces, ¿la pregunta cuál era?... ¿Cuántas botellas de un litro tiene que comprar el dueño de la bodega para envasar todo ese vino?
Daiana: Seño… cinco mil cuatrocientas botellas
D: Porque en cada botella ¿Cuántos litros entran?
Juan Cruz: Uno
D: Entonces, cuando yo multiplico por diez, por cien, por mil, por un millón, etc., etc., se agregan los ceros al número que estamos multiplicando.

Transcripción de audio registro Nº 12: 1; 2

No solamente se recupera la técnica para multiplicar por 100, sino que en el diálogo cobra importancia la respuesta al problema: en esta ocasión, no se trata solamente de hacer una cuenta sino de reflexionar acerca del resultado en relación con el problema planteado. Lo importante no es sólo el hacer, sino la reflexión sobre el hacer.

Más tarde, durante la misma clase, copia en el pizarrón dos actividades: "¡A trabajar! Uno con flechas los resultados" y "Leo, pienso y resuelvo". La primera se refiere a productos por potencias de 10, la segunda incluye dos enunciados: trata sobre el problema de los jabones que vienen en cajas de 25, y el de un alojamiento del cual no tenemos información sobre su resolución.

Lunes siete de Mayo

¡A trabajar!

* Uno con → los resultados:

140 x 100 =	400
40 x 10 =	5.000
5 x 1.000 =	16.000
16 x 1.000 =	14.000

Esta actividad no presenta dificultades, sí, como ya vimos en el análisis de los problemas, el enunciado acerca de los jabones que reproducimos a continuación. El diálogo, camino a la resolución del cálculo, es el siguiente:

* Leo, pienso y resuelvo:
En una fábrica de jabones colocaron los jabones en cajas de 25 unidades cada una.
Uní cada cantidad de cajas con la cantidad de jabones.

CAJAS	JABONES
5	225
9	75
3	125
4	100
6	200
8	250
10	150

O: (…) En donde mayores dudas manifestaron fue en la consigna de las cajas y los jabones. "¿Qué tenemos que hacer acá?, No entiendo cómo hay que hacer esta"…(…) Malena quería algunas precisiones acerca de la misma actividad.
Malena: Seño no encuentro el ochenta y dos acá… *(Señalando la columna de la derecha).*
D: Mostráme a dónde hiciste la cuenta.
O: La cuenta de Malena estaba en una hoja de borrador, y era ésta.

	0
2	5
x	4
8	2

D: Decime cómo la pensaste a esta cuenta
Malena: Cuatro por cinco… veinte, pongo el dos y me llevo el cero; y cuatro por dos es… ocho.
D: ¡Malena…! Cuando vos decís veinte… ¿ponés el dos y te llevás el cero, o es al revés?
Malena: ¡Ah no!!... Me llevo el dos
D: ¡Ah! ¡Ya me estabas asustando!

Una vez explicada la organización de los datos y lo que hay que averiguar, el diálogo se centra públicamente en la resolución de los productos por dígitos. Las dudas de Malena dan indicios del estado de los saberes disponibles en la clase.

D: Muy bien… veinticinco unidades de jabón. Entonces: adentro de esa caja hay…
Varios: Veinticinco jabones
D: Bien… si tengo cinco cajas iguales a esta…tengo cinco…, si en las cinco cajas tengo la misma cantidad de jabones… ¿cómo averiguo cuántos jabones tengo en total entre esas cinco cajas?
Varios: Una multiplicación
D: ¿Puedo hacer una suma?
Gonzalo: No
Varios: Sí, no
D: ¡Sí que puedo!
(…) D: Bien, y si hacemos la multiplicación… ¿puedo hacerla así a la multiplicación? ¿Me va a dar el mismo resultado de una forma o de otra? *La maestra escribe en el pizarrón:*

2					
2	5			5	
x	5			x2	5
1	2	5			

Varios: Sí
O: Al momento de hacer la cuenta se oye lo siguiente:
D: ¿Cinco por cinco?
Varios: Veinticinco
D: Pongo el cinco, ¿y me llevo?
Varios: Dos
D: Si me acuerdo no lo escribo, pero si no… lo pongo chiquitito acá arriba del dos. ¿Cinco por dos?
Varios: Diez
D: ¿Y dos que me llevaba?
Varios: Doce

Utiliza esta cuenta para mostrar los pasos, el modo de registro de la cuenta, los cálculos auxiliares, y cómo deberían hacerse las restantes. Los alumnos continúan trabajando solos.

Después de la clase del 7 de mayo, la docente trata problemas que se resuelven con división por bidígitos e inclusive avanza sobre aspectos relativos a la técnica correspondiente. El **21 de mayo**, como ya lo presentamos en el capítulo 4, introduce la multiplicación por bidígitos con el problema de las figuritas pegadas en un álbum de

Florencia. Oportunamente analizamos el enunciado de dicho problema incorporando la voz de la docente. En esta sección nos abocaremos a mostrar el trabajo sobre la técnica que lleva adelante la docente.

> D: Atiendan, hoy les voy a pedir que presten mucha atención porque vamos a aprender un tema nuevo. (…) Bueno escuchen este problemita: Florencia tiene un álbum de figuritas y tiene unas páginas, veinte páginas y en cada hoja… (Tomando una carpeta, les dice…) hagamos de cuenta que este el álbum, o sea de adelante y de atrás de la hoja, ella tiene que poner once figuritas. Entonces ella quiere calcular cuántas figuritas tiene que juntar para llenar el álbum (…) en cada hoja tiene que pegar veinte figus. Entonces, once figuritas en cada hoja ¿sí?
> (…) Javier: Y, si vos tenés que juntar once figuritas para llenar una página, y tenés veinte páginas… tenés que hacer veinte por once… ciento diez.
>
> Transcripción de audio registro Nº 18

Algunos alumnos de inmediato comienzan a dar números: 110, 210… obtenidos mentalmente.

> D: Bueno pero ¿por lo menos están seguros de que tenemos que hacer una multiplicación?
> Varios: Sí, sí.
> (…) D: Hagamos una cosa para que no se les complique. En vez de veinte hagamos diecinueve.
> Juan Cruz: ¡¡¡Así es más difícil!!

Identificada la cuenta que resuelve la incógnita, intenta hacer que los alumnos distingan cuál es el tipo de cuenta que saben hacer y para ello interroga "¿Ustedes saben multiplicar así? ¿por dos cifras?" (*Escribe en el pizarrón, en forma vertical 19 x 11)* "¿O hasta ahora hacíamos esto?" (*Escribe en forma vertical 45 x 5).*

Los alumnos no parecen tener claro que es lo que saben hacer, discuten y no se ponen de acuerdo, hasta que Manuel (que viene de otra escuela) pide pasar al pizarrón y hace lo siguiente:

	1	9
x	1	1
	1	9
	1	9
	3	8

Esta intervención de Manuel fue recordada por la docente durante una de las entrevistas, quien se refirió a lo sucedido en estos términos:

> E: Sí, es bastante curioso lo que sucede con Manuel, cuando lo ví pasar y comenzó a plantear la operación de ese modo pensé que ya teníamos en el aula alguien que manejara el algoritmo convencional *(nos reímos).* ¿Creyó usted lo mismo que yo?
> D: *(Se ríe)* Sí, yo dije acá viene la salvación, el milagro que cae del cielo y no tengo que enseñar la multiplicación yo.
>
> Transcripción tercera entrevista: 5

Manuel venía de otro establecimiento reconocido en la comunidad como de buen nivel y la elección de hacerlo pasar se debió a que la docente esperaba la resolución correcta de la cuenta. De haberse dado esta situación, tal vez el mismo alumno hubiese podido explicar a sus compañeros la técnica y entonces el tratamiento de ese objeto quedaba a nivel de pares y no necesitaba una enseñanza explícita del maestro. Es decir, había algo nuevo, pero no tan en ruptura con lo ya visto porque un compañero podía resolverlo, entonces toda la clase también podría tener acceso a ese conocimiento.

Sorpresa de la docente ante la intervención de Manuel, por lo cual intenta en primer lugar poner a criterio del autor el resultado de la operación pero él no advierte errores. Luego solicita a toda la clase que controle el resultado estimando a través del cálculo mental.

> D: ¿Puede ser que en el álbum tenga que pegar treinta y ocho figuritas?
> Varios: No, no.
> Juan Cruz: No, si lo haces de veinte por once, ya te pasás un montón de treinta y ocho.

Tras varias preguntas por parte de la docente llegan a la conclusión de que, teniendo en cuenta los factores, ese resultado no es posible por lo cual van apareciendo otros modos de resolver que se van comprobando públicamente mediados por la permanente intervención de la docente. Después de la participación de diferentes alumnos, reconociendo el fracaso de esos intentos llega el momento para la docente de proponer la técnica convencional:

> D: Lo que vamos a hacer ahora es ordenar algunas cositas en las cuentas que los chicos han hecho, para que les sea más fácil de copiar, y para que la multiplicación les sea más fácil, para que les salga bien como a todo el mundo; entonces vamos a ver la convención de la multiplicación.
> (…) D: Miren, cuando multiplicábamos por una sola cifra, la cuenta se terminaba acá. *(Tapa la decena en el 11).* Pero ahora apareció otra cifra ¿ocupando qué lugar?
> Manuel: La decena.
> Karen: Son los dieces.
> D: Si yo multiplico como multipliqué recién, nada más que ahora con éste uno *(la decena en el 11)…* Otra vez tengo que decir ¿uno por nueve?
> Varios: Nueve
> D: Bien, nueve… pero ¿qué estoy multiplicando acá?
> Manuel: Un diez
> D: Muy bien Manuel
> D: Y si yo estoy multiplicando dieces, ¿dónde voy a poner ese nueve? ¿Debajo de los unos, o debajo de los dieces?
> Franco: Debajo de los dieces
> (…) D: Y multiplico cada parte, y después ¿qué hago?
> *(Silencio)* D: ¡Lo sumo!... ¿Por qué lo sumo?... Porque lo que hice antes es que los separé por medio de una suma. Entonces, los resultados de esta multiplicación tienen que sumarse después. Yo acá en la cuenta les puse con color ese cero *(Señala en la cuenta que aparece a continuación).* ¿Por qué?
> Manuel: Porque es el cero del diez.
> *La maestra escribe en el pizarrón (el coloreado es de ella):*

	1	9
X	1	1
	1	9
1	9	0
2	O	9

Lo que hemos observado es que una vez que la docente presenta el problema, apela a la resolución de la cuenta a través de la propuesta de Manuel, y ante este fracaso acude a la enseñanza de la técnica apoyada en recursos tecnológicos relativamente ambiguos que ella misma aporta:

> D: ¡Lo sumo!... ¿Por qué lo sumo?... Porque lo que hice antes es que los separé por medio de una suma. Entonces, los resultados de esta multiplicación tienen que sumarse después. Yo acá en la cuenta les puse con color ese cero *(Señala en la cuenta que aparece a continuación)*. ¿Por qué?
> Manuel: Porque es el cero del diez.

Se refiere así, implícitamente, a considerar el multiplicador 11 como la suma de (10+1) y a la aplicación de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a esa suma: 19 x1 + 19 x 10.

Hasta el momento, la docente no les ha sugerido a los alumnos que copien lo que se va haciendo en el pizarrón, y este momento no llega hasta que les presenta el enunciado de las 48 cajas de alfajores que aparece continuación bajo el título "Multiplicamos por dos cifras". Ahí está la ruptura con los conocimientos anteriores, está presente una nueva exigencia.

El enunciado que se plantea luego (alfajores en cajas) y la instancia de resolución resultan bastante similares a lo que acabamos de describir.

<u>Multiplicamos por dos cifras</u>
Las señoritas compraron para el kiosco 48 cajas con 12 alfajores de chocolate en cada una. ¿Cuántos alfajores tienen para vender? ¿Qué operación tengo que hacer? ¿Cómo la hago?

> D: Momento de resolver. ¿Qué operación tenemos que hacer para averiguar cuántos alfajores tienen para vender?
> Juan Cruz: Una multiplicación
> (…) D: Bueno, ahora quiero que atiendan porque después van a copiar esta otra forma que yo les voy a explicar ahora. (…) Entonces, cuarenta y ocho por doce. ¿Qué vamos a multiplicar? Atiendan, primero les voy a poner color a las unidades *(azul)* y a las decenas (*rojo*).

	D	*U*
	4	8
X	1	2
	9	6
4	8	-
5	7	6

> D: ¿Dos por ocho?
> Varios: Dieciséis
> D: Bien, ¿pongo el…?
> Karen: Seis
> Varios: Y me llevo uno.
> D: ¿Dos por cuatro?
> Juan Cruz: Ocho y una que me llevaba… nueve.
> D. Bien, ¿qué son esos nueve? ¿Decenas o unidades?

Varios: Decenas
Javier: Unidades
D: Decenas. Entonces la pongo con rojo. ¿Ahora qué nos toca multiplicar? Miren el uno ese, ¿qué es?
Jimena: Decena
D: Lo voy a poner con rojo. ¿Uno por ocho?
Juan Cruz: Ocho
Nacho: Nueve
D: Uno por ocho, ocho… ¿dónde lo voy a poner? ¿Acá? *(Señala debajo del seis.)* ¿O acá? (*Señala debajo del nueve.*)
Varios: Debajo del nueve
Javier: Con el nueve
D: Debajo del nueve. Ahora hacemos ¿una por cuatro?
Varios: Cuatro
D. Bien, cuatro, como no tenemos… ¿qué serían esos cuatro?
Franco: Centenas
D: Serían centenas. Entonces miren lo que va a pasar… la mamá, puede que les ponga así… *(Escribe un guión en el lugar de las unidades, tal como se ve en la cuenta)*. En vez de poner un cero, hacen una rayita, o un guión.
Gonzalo: O como el menos.
D: ¿Por qué no ponen el cero? Porque ahí no va nada, es el cero que está ahí. ¿Va a cambiar el resultado cuando nos toque sumar?
Gonzalo: ¡¡Sí claro!!
D: Veamos: seis más cero… ¿Me va a dar siete?
Jimena: ¡No! seis
Brenda: Es lo mismo, igual te va a dar quinientos setenta y seis.
D: ¿Ven que nos va a dar lo mismo? Se los quise dar de las dos formas para que puedan pedir ayuda también en casa.

Transcripción de audio registro Nº 18: 10

Los elementos de tecnología a los cuales recurre, como en el ejemplo anterior, están bajo su responsabilidad. Es la docente la que propone distinguir qué posición ocupan los dígitos y en consecuencia dónde los van a poner en la escritura convencional de la cuenta. El refuerzo de agrupar por colores las diferentes posiciones es un recurso más sobre el cual se apoya para comunicar el procedimiento. Las dos formas de registro a las que alude, no tienen mayor importancia en la comprensión del algoritmo: escribir el cero o hacer una rayita. Lo verdaderamente importante es por qué se hace tal secuencia de pasos y registros y efectivamente da el resultado de la cuenta.

Como se ha explicado anteriormente, en el tiempo que transcurre desde la transcripción de audio del registro Nº 12 (7 de mayo) hasta el registro Nº 36 (30 de octubre), se han trabajado en el aula otros temas.

En la clase del **30 de octubre**[52], la docente les presentó a los alumnos una serie de enunciados orales cuya resolución implicaba en algunos casos, divisiones y en otros, multiplicaciones

D: (…) resulta que los papás de un nene de la edad de ustedes, le han dicho que, como se acerca fin de año, y pasan de grado, les van comprar unos CD con cierta cantidad de juegos

[52] Transcripción de audio registro Nº 36

para la compu. , porque los han visto de oferta en una vidriera que decía: "Juego de 10 CD, en 7 cuotas de $ 20" ¿Qué tenemos que hacer Alexis, para saber cuánto me saldrá al final cuando yo haya terminado de pagar? ¿Cómo hago para averiguar el total de lo que debo pagar?
(*Silencio*) D: Escuchá Alexis, dice que cada cuota vale $ 20, y que las cuotas son siete. ¿Cuál va a ser el valor final de los jueguitos?
Varios: (G*ritando*) ¡Ciento cuarenta!
D: ¿Y cuál fue la operación que tuvieron que hacer estos papás para saber cuánto pagarían en total?
Brenda: Siete por veinte, o veinte por siete.
D: ¿Por qué siete por veinte, o veinte por siete?
Brenda: ¡Porque es lo mismo!
D: ¿Es lo mismo siete por veinte, o veinte por siete?
Juan Cruz: ¡No!
Manuel: ¡Sí! Si da el mismo resultado.
D: Una cosa es el que dé el mismo resultado, y otra es que sea lo mismo pagar veinte veces el siete, o siete veces el veinte. Entonces ustedes tienen que pensar cuál es el número que voy a multiplicar.
Juan Cruz: ¡El siete!
D: (*A todos*) ¿El siete?
Juan Cruz: ¡No, no! ¡El veinte!
D: ¡El veinte! ¿Cuántas veces?
Manuel: Siete.
D: ¡Bien, siete veces! Y, como lo dijo Juan Cruz, cuando tengo un cero ¿qué hago para multiplicar?
Varios: Le agregás el cero al catorce
D: ¡Bien! ¿Y nos queda?
Varios: Ciento cuarenta

La propiedad conmutativa de la multiplicación está aquí, subyacente cuando se afirma que da el mismo resultado, sin embargo la docente remarca que a nivel de desembolso de dinero (¿mensual?) no es lo mismo pagar 20 cuotas de $ 7 que 7 cuotas de $ 20. Pero estas cuestiones acerca de la realidad cotidiana están bajo su responsabilidad y enfatiza que el segundo factor sea 20, es decir un múltiplo de diez para conducir su proyecto de enseñanza al producto por bidígitos.

En la clase siguiente[53] (31 de octubre) se abordaron cuestiones ligadas principalmente a divisiones y el **1 de noviembre**[54], la docente propone seguir con la corrección de la tarea que les había quedado pendiente. A continuación copia en el pizarrón la siguiente actividad:

MENTALMENTE	
120 x 100 =	4.600 : 10 =
40 x 30 =	15.000 : 100 =
110 x50 =	420 : 20 =
25 x 100 =	24 : 24 =
3689 x 10 =	150 : 30 =
26 x 20 =	240 : 40 =
156 x 1.000 =	

[53] Transcripción de audio registro Nº 37
[54] Transcripción de audio registro Nº 38

O: (...) Provoca curiosidad el modo en que la gran mayoría de los alumnos van resolviendo estos ejercicios, (...) ha multiplicado en cada caso, todos los números de la columna de la izquierda por uno, y ha ido agregando tantos ceros como tengan los números de la columna de la derecha. Pareciera que no han advertido la presencia de los factores: 30; 50 y 20. De igual modo han resuelto las divisiones, solo que quitando tantos ceros como haya en el divisor. Cuando me acerqué al banco de Juan Cruz, le pregunté:
O: "¿Cuánto es tres por cuatro?"...
Juan Cruz: ¡Doce!
O: "Entonces fijate si el segundo ejercicio te puede dar cuatrocientos".
Juan Cruz: ¡No me hagas dudar! ¡Que ya hice todo con lapicera!
Algo similar pasó con Franco, pero me dijo que... ¿Te volviste loca? ¡Chau!
Karen, me dijo que..."yo no entiendo porqué les preguntás eso a los chicos, ¿Está mal? ¡Yo lo hice igual que ellos!"
(...) D: Que les voy a mostrar cómo hacer ésta cuenta, para que ustedes vean que cómo se obtiene el resultado. Ustedes vieron que podemos decir: ¿cero por toda la cantidad?
Varios: (*A coro*) Cero
D. ¿Tres por cero?
Franco: Cero
D: ¿Tres por cuatro?
Varios: ¡Doce!
D: ¡Bien! ¿Estamos?
La maestra escribe en el pizarrón...

```
    4 0
   x 30
---------------
  1. 2 0 0
```

D: Pero también se puede hacer de la siguiente manera y ya van a ver que nos va a dar lo mismo. Miren acá.
O: Otra vez les va preguntando: "¿Cero por toda la cantidad?", "¿Tres por cero?", "¿Tres por cuatro?"; a la vez que va completando la cuenta, tal como se muestra en las secuencias A); B) y C) que se han detallado en el gráfico que aparece a continuación.

A)	40	x	30 =				0
B)	40	x	30 =			0	0
C)	40	x	30 =	1	2	0	0

D: ¡El tema es que yo les dije que lo tenían que hacer mentalmente! ¿Ya se olvidaron cómo hacíamos estas multiplicaciones cuando teníamos uno o más ceros en uno de los factores?
(*Silencio*) Manuel: ¡Agregamos ceros!
D: Sí, pero antes de eso ¿qué tenemos que hacer?
(*Silencio*) D: Atiendan, si yo hago de cuenta que estos dos ceros no están (T*apando con sus manos el cero del cuarenta y cero del treinta*) y digo: ¿tres por cuatro?
Franco: ¡Doce!
Juan Cruz: ¡Doce!
D: ¡Doce!... pongo el doce y...
José Francisco: ¡Y le agrego un cero!
Juan Cruz: ¡Dos ceros!
(...)D: Le agrego ¡los dos ceros! ¡El cero del treinta, pero también el cero del cuarenta! Ahora miren lo que me dio ¿me dio igual que estas otras dos cuentas?
Varios: ¡Sí!
D: Entonces si yo sé que, haciendo esta multiplicación... ¡Miren qué larga!... me da lo mismo...yo puedo evitar todo esto ¿Me siguen?... y hacerlo más rápido mentalmente ¿Cómo?...saco los ceros... los escondo y me quedan cuatro y tres para multiplicar. Claro que después me tengo que acordar de agregarlos ¿Eh? ¡Así es más rápido! Lo que a ustedes les falló, es que no se pusieron a pensar que acá (en 40 x 30 =) no están multiplicando por diez, ni por cien, ni por mil; están multiplicando ¿por cuánto?
Varios: Por treinta

D: Estoy multiplicando por treinta. Entonces si yo hubiese multiplicado cuarenta por diez (40 x 10 =), entonces sí, pongo el cuarenta y le agrego un cero, y me habría dado, como muchos de ustedes pusieron, cuatrocientos (400). ¿Me va a dar lo mismo que cuarenta por treinta?
Varios: ¡No!
D: ¿Se dan cuenta de lo que les digo?
Varios: ¡Sí!
D: Bueno con esta explicación van a ir pasando a poner los resultados en el pizarrón

Algunos alumnos, al menos los interpelados por la observadora, resuelven los ejercicios como si en todos los casos se tratara de multiplicar por potencias de diez. Es lo que estaban haciendo, e interpretamos que el tipo de respuesta es debida al contrato didáctico vigente. Hay que agregar ceros… ¿a quién? Los números que aparecen como el segundo factor son múltiplos de 10 y entonces la docente comunica otra técnica sin justificarla en las propiedades de las operaciones ni hacer explícita de alguna manera (oralmente o con símbolos) las asociaciones respectivas: 40 x 30 = 4 x 10 x 3 x 10 = 4 x 3 x 10 x 10 = 12 x 100.

5.2. Técnica convencional de la división

Vamos a desarrollar en esta sección, como ya lo hicimos con la multiplicación, aspectos relevantes de la secuencia para enseñar el algoritmo convencional de la división. En cada caso, oportunamente, recuperaremos los enunciados que dieron origen al trabajo técnico.

Como ya vimos, en la clase del **10 de mayo** la docente dicta el primer enunciado que introduce la división por dígitos:

D: "Don Pedro debe acomodar 778 huevos en cajas donde entran 6 huevos..."
O: Antes de que termine de dictar… Juan Cruz interrumpe…
Juan Cruz: ¡¡Ah!! Ya sé, es 778, dividido 6. ¡Cómo odio las divisiones!
D: "A) ¿Cuántas cajas necesitará para acomodar todos los huevos?" "B) ¿Le quedó alguno sin poder acomodar?"

Transcripción de audio registro Nº 13

Propone resolver el problema en pequeños grupos y luego organiza una muestra pública en el pizarrón. Los modos de resolver expuestos son:

Manuel y Andrés	Melani y Karen	Franco y Juan Cruz	Lourdes Z	Jimena y Lourdes R
778 | 6 17 129 58 4	778 | 6 66 113 ---- 11 8 18 ------ 00 1ª versión	778 | 6 700 100 100 12 80 10 20 3 10 1 4 ----- 126	778 | 6 112 111 ------- 666 000	778 | 6 6 129 --- 17 12 ---- 58 54 ---- 4

Se observan escrituras variadas, algunas que conducen al resultado buscado y otras que no. Algunos alumnos escriben las restas intermedias, otros no; esto depende del trabajo realizado con ese algoritmo en el primer ciclo. Para comprender el alcance de los conocimientos correctos que condujeron a los alumnos a producir tales escrituras, hubiese sido necesario entablar un diálogo con cada pareja de autores. Sin embargo esa cuestión no es objeto de esta investigación y tomamos solamente lo que sucede en la clase.

La docente inicia un trabajo público de análisis de lo producido:

> D: Lo que sigue ahora es muy importante, porque es el momento de escuchar lo que nuestros compañeros han hecho; todos nos vamos a escuchar porque si no nos escuchamos no aprendemos y molestamos a los que quieren escuchar.
> Bueno, un representante de cada grupo va a ir pasando para escribir lo que hicieron.
> (…) D: Todos hicieron... ¿qué operación?
> Varios: División
> D: ¿Lo hicieron con el mismo procedimiento?
> Varios: ¡No!
> Franco: La misma división pero distinto procedimiento.
> D: Seis, y miren lo que hizo Karen con ese seis. Lo puso restando al siete, se lo restó al siete. (…). Ahora miren lo que puso Manuel… ¿No puso también uno?
> Varios: Sí.
> D: Nada más que Manuel, en vez de escribir la resta de siete menos seis (7 – 6=), la hizo mentalmente. (…) Por eso es que dijo: “uno por seis, seis; le saco eso al siete y le queda uno”. O es lo mismo que decir: “Uno por seis, seis ¿cuánto me falta para llegar al siete?”
> Entonces ¿Cuántas centenas me sobraron acá? *(Señala el uno que se halla representando al cien debajo del siete en la división de Manuel)*
>
> Transcripción de audio registro Nº 13

Difícil momento de gestión de la clase, comparar e institucionalizar uno o varios de los algoritmos obtenidos en el pizarrón. La docente toma como objeto de análisis la cuenta de Manuel y Andrés, que es la respuesta esperada, y también la de Melani y Karen, que además de no dar el resultado correcto, muestra restas parciales. Finalmente, les pidió que copiaran estas dos maneras de resolver, refiriéndose a la cuenta de Manuel y a la cuenta de Jimena, porque “las dos están bien”.

En la clase del **11 de mayo**, la docente recupera nuevamente el problema de la clase anterior (“Don Pedro debe acomodar 778 huevos en cajas donde entran 6 huevos”) y, atendiendo a la técnica de resolución utilizada por los distintos grupos, advierte acerca de las operaciones involucradas en la división:

> D: Bueno, vieron que ayer estuvimos viendo algunas cosas de la división. Una de las cosas que me faltó decirles, es que la división es una operación que encierra, que reúne todas las demás operaciones. Tenemos la multiplicación, tenemos la suma, la resta y la división que es la que contiene a todas las demás.
>
> Transcripción de audio registro Nº 14

Dicha advertencia aparece como un enunciado, no hay una reflexión sobre las dos cuentas que están bien resueltas (la de Manuel y Andrés; Jimena y Lourdes), para analizar allí dónde aparecen las operaciones “encerradas”. Parece más bien una información cultural que una herramienta de control sobre futuros cálculos.

Anticipa a los alumnos su intención clara de suprimir la resta explícita que algunos han hecho al momento de resolver la división. Presenta luego la denominación de los cuatro elementos que componen a una división:

> D: Ahora vamos a escribir los nombres de cada parte de la división, en la división que ustedes ya tienen hecha de ayer.

Partes de la división

DIVIDENDO	778	6	DIVISOR
	6	129	COCIENTE
	17		
	12		
	58		
	54		
	4	RESTO	

> D: A esta resta la vamos a ir sacando de a poco porque después, para hacer todo más rápido la vamos a ir haciendo en la cabeza.

Esta intención fue claramente expresada en una entrevista:

> D: (…) Hay chiquitos que por ejemplo el año pasado le enseñaron los padres con la resta y no había forma de sacarles la resta; y yo la resta es como que…. No me convence que la hagan así, los retrasa, lo hace todo más lento. (…) Ésa resta es difícil de sacarla después.
>
> Transcripción tercera entrevista: 4

En la clase del **14 de mayo** a través de enunciados orales, la docente institucionaliza la existencia de divisiones exactas e inexactas, (aspectos oportunamente desarrollados en la sección correspondiente), y luego plantea el problema de repartir 75 kg de carne a los yaguaretés durante 5 días, la pregunta es cuántos kg le dará cada día. Irrumpe aquí algo que no se retoma después: un modo de resolver la cuenta, es decir una técnica, que recurre a expresar el dividendo como suma de 70 + 5. ¿Es que se busca favorecer el cálculo mental? Si es así, ¿no hay cierto desvío en el proyecto de consolidar la técnica convencional? Tal vez surgió espontáneamente en la clase, no había anticipado introducir ese conocimiento y advertida de las posibles consecuencias, no volvió a retomarlo.

> (…) D: Inténtenlo así: descompongan el setenta y cinco en dos: setenta más cinco.
> Y ahora piénselo así: setenta dividido cinco, ¿cuánto será?
> Juan Cruz: El total es quince
> D: Dije setenta dividido cinco
> Javier: Diez (…) Y le sobran veinte
> (…) D: Chicos son veinte kilos, ¿puedo repartirlo en cinco días?
> Andrés: Sí
> Javier: Sí, si le pongo cuatro a cada uno; como decía él *(Señalando a Juan Cruz)*
> Franco: ¡No, pero son quince a cada uno!
> (…) D: ¿Pero qué me queda?
> Jimena: El cinco
> D: ¡El cinco!

Javier: Le doy uno, entonces sumaríamos y… quince.
D: ¿Le doy uno a cada día? ¿Le alcanza cinco kilos de carne para darle un kilo a cada día?
Varios: No, si.
Juan Cruz: Sí
(…) D: Miren cómo si lo hacemos con la división tradicional que ustedes saben…
O: La maestra comienza a hacer la división en el pizarrón tomando lo que los alumnos responden y repitiendo lo que resulta apropiado en voz alta. Finalmente en el pizarrón queda escrito lo siguiente:

75	10	75	5
70 +5	4	5	15
	1	25	
	15	0	

10 sobran 20

D: Ustedes dicen: ¿siete para repartir entre cinco?
Karen: Cinco por uno.
D: Primero, ¿estos siete qué son?, ¿son dices, centenas?
Andrés: Decenas.
Varios: Decenas, decenas.
D: Son decenas. ¿Y estos? *(Señalando el cinco que se encuentra en el divisor).*
Varios: Unidades.
D: Bien, unidades. Siete, lo reparto en cinco ¿para cuánto me alcanza?
Varios: Diez, diez
D: Sí, diez, pero acá en esta división yo no pongo el diez, ¿pongo?
Juan Cruz: El uno.
D: Bien, uno ¿y qué digo?
Manuel: Cinco por una…
(…) D: Atiendan acá este dos, ¿qué es? ¿Qué son?
Juan Cruz: Eh… decenas
D: Son decenas. Dos decenas… ¿cuántas unidades son?
Javier: Seño, veinte unidades.
(…) D: ¡Veinte! Y miren dónde apareció este veinte.
D: Si yo tengo veinte kilos acá, más estos cinco que me habían quedado acá. ¿Cuánto me da?
Varios: Veinticinco.
D: Veinticinco. Es así como después puedo hacer veinticinco dividido cinco…
(…) Varios: Cinco
Juan Cruz: Al veinticinco cero.
D: Entonces, yo puedo hacer la división así, o también puedo descomponer los números. Son diferentes mecanismos, pero si ustedes se fijan bien, en las dos hemos ido descomponiendo el número.

Transcripción de audio registro Nº 15: 3; 6

La responsabilidad de incluir un discurso tecnológico está estrictamente bajo su responsabilidad, algunos de los alumnos responden correctamente a las cuestiones puntuales planteadas lo cual le permite avanzar en su proyecto de enseñanza del algoritmo estándar. Luego propone corregir "el problema que quedó de la clase anterior" cuyo enunciado era: "El verdulero ahora necesita acomodar en cajones y en partes iguales 196 calabazas. En cada cajón pondrá 3. ¿Cuántos cajones debe ocupar?"

D: ¿Querés pasar Andrés?
Andrés: Sí. *(Andrés pasa al pizarrón)*

1	9	6	3	
	1	6	6	5
		1		

D: ¿Todos la tiene así, o con la resta?
Karen: Yo la hice con la resta Seño.
Andrés: A mí me ayudó un poquito mi mamá, porque dice que así es más fácil.
D: Bueno está bien, mientras vos entiendas lo que haces Andrés.

La docente debe acudir a una demanda de la secretaria de la escuela por lo que esta corrección finaliza allí; y el alumno practicante se queda copiando otras actividades en el pizarrón.

En la clase del **19 de de Mayo**, además de corregir la tarea que bajo el nombre “En el acuario” reunía problemas y cuentas de dividir, la docente planteó a los alumnos enunciados para calcular “cuántas veces entra una cantidad en otra” (pensadas para dividir por dígitos) mediante el cálculo mental. Como ya lo mencionamos, algunos autores consideran estas cuestiones vinculadas a la medición. Es una forma de vincular el divisor con el dividendo muy favorable para la ejecución de la técnica convencional de división. Además, revisa a través de esos cálculos las divisiones exactas e inexactas:

D: Bien. ¿Cuántas veces entra el dos en el diecisiete?
Juan Cruz: Entran ocho y me sobra uno.
D: Muy bien. Y esta división, ¿es exacta o inexacta?
Juan Cruz: Inexacta.
D: Inexacta porque el dos, ¿entró perfecto en el diecisiete?
Varios: No.
Javier: Le sobra uno.
D: Sobró uno. Bueno ahora atiendan esto: ¿Cuántas veces entra el cuatro en el treinta y seis?
(…) Franco: Nueve.
D: Nueve, porque nueve por cuatro…
Juan Cruz: Es treinta y seis.
D: Atiendan: el cuatro en el veinte sí, entra cuatro veces, pero quedan cuatro más que le alcanzan para una vez más.
Juan Cruz: O sea cinco… cinco por cuatro, veinte.
Franco: ¡Es fácil!
D: ¿En forma? *(Silencio)*
D: ¡Exacta!

Transcripción de audio registro Nº 16

Y luego, les pide a los alumnos que sean ellos quienes planteen a sus pares cálculos con esa misma exigencia:

D: (…) Bueno, ahora lo que van a hacer ustedes, es inventar ejercicios parecidos a estos, que tengan resultados exactos o no, y levantando la mano, se los van a decir a sus compañeros para que ellos los resuelvan.

Transcripción de audio registro Nº 16: 4

Finalmente, concluye la clase con la siguiente ejercitación que queda como tarea para el hogar:

Lo hago mentalmente
¿Cuántas veces entra el…
6 en el 42 = 5 en el 35 = 3 en el 28= 4 en el 17 = 2 en el 25 = 3 en el 31 =

¿Qué operación elijo?
ATENCIÓN:

- Escribí la operación a cada problema:
- Buscá el resultado

1. Tengo $ 587 y debo comprar un microondas que cuesta $ 298. ¿Cuánto dinero me sobra?
2. Se repartieron 336 caramelos entre 6 chicos. ¿Cuántos caramelos recibió cada chico?
3. Tenía $ 729 y ahora tengo $ 517. ¿Cuánto gasté en el supermercado?
4. En un camión hay 35 bolsas de papas, cada una pesa 10 kilos ¿Cuál es el peso total de la carga?

Transcripción de audio registro Nº 16

El primer grupo “Lo hago mentalmente ¿Cuántas veces entra el…?” es del mismo tipo que lo resuelto durante la clase. El segundo grupo “¿Qué operación elijo?”, incluye, en primer lugar escribir cuál es la operación que resuelve la situación y luego resolverla. Uno de los enunciados se resuelve con 35 x 10, seguramente busca poner a los alumnos en la actitud de decidir “si es necesario o no, hacer la cuenta” correspondiente.

Ya señalamos que el trabajo sobre la división llevado a cabo por la docente a cargo del grupo se interrumpe por un período largo y se retoma el **17 de octubre** con enunciados sencillos donde se trata de repartir $ 240 entre 10 días, 450 pelotas entre 10 equipos, 140 panes en 10 bandejas. Veamos el modo de hacer la cuenta que resuelve el primer enunciado, del cual varios alumnos habían dado la solución mentalmente:

(…) D: “Tengo doscientos cuarenta pesos -vamos a seguir con la plata, ando con ganas de tener plata-y los quiero dividir en diez días, me dieron esa plata.
(…) D. Atiendan, es dividido en diez, dieces, son decenas.
Jimena: A mí ya me dio veinticuatro Seño.
Valentina: A mí también.
Franco: *(Levanta su hoja y grita)*: ¡Veinticuatro! ¡Veinticuatro! ¡Veinticuatro!
O: Varios -Jimena, Valentina, Franco- comienzan a gritar: “da veinticuatro”, “¡sí da veinticuatro!”
D: Esos que dicen “veinticuatro”, ¿comprobaron si era veinticuatro?
Franco: Yo dije que en la multiplicación si era por diez, le agregabas el cero y era doscientos cuarenta.
D: Ya algunos han llegado a algún resultado, a ver Jimena, ¿querés pasar a hacer lo que vos hiciste para encontrar el resultado? Los demás hagan silencio para que escuchemos cómo hizo ella ¿sí?
Franco: A ver…a ver a ver…
D: Bueno ¿cómo lo hiciste?
En el pizarrón, Jimena escribe así la cuenta.

$$\begin{array}{ccc|cc} 2&4&0&1&0\\ \cline{4-5} 2&0&&2&4\\ \cline{1-2} 0&4&0&&\\ &4&0&&\\ \cline{2-3} &0&0&& \end{array}$$

D: Lo hizo de esa forma ella, ¿nos contás Jime?
Jimena: Dije la tabla del diez no más
D: ¿Querés pasar Franco?
Franco hace su cuenta en el pizarrón y se sienta.

2	4	0		1	0
2	0	0		2	0
0	4	0			4
	4	0		2	4
	0	0			

D: ¿Y no nos vas a explicar cómo lo hiciste Franco?
Franco: Yo empecé preguntando cuántas veces cabe el diez en el doscientos…y…bueno y después lo hice ¡No te lo sé explicar!

D: A ver si podemos entre todos pensar cómo lo hizo Franco. Vos me ayudás Franco ¿Sí? Él primero descompuso, sacó los cienes, y repartió el doscientos en diez, ¿que da?... Veinte. Todavía le están faltando los cuarenta, y eso repartido en diez da cuatro; cuatro por diez es cuarenta… ¿Y después qué hace con eso?
Varios: Suma
D: Lo suma ¿y le da? Veinticuatro. ¿Le dio lo mismo que a Jimena?
Varios: ¡Sí!
D: ¡Sí!, nada más que ¿él qué hizo con el dividendo?
Varios: Lo desarmó
D: Bien, lo desarmó. En cambio Jimena qué hizo, ella dijo el dos no me alcanza, ¿pero ese dos qué es?
Juan Cruz: Doscientos
D: Es doscientos ¿ven? Tengo doscientos… dos cienes y tengo que repartirlo ¿en cuánto?
Brenda: En diez
D: En diez… ¿me alcanza[55]?
Juan Cruz, Franco: Sí, si te alcanza
D: ¿Me alcanza para dar…? ¡No!
Varios: ¡No! ¡No!
D: Yo tengo acá dos cienes, pero como no me alcanza ¿Qué hago? ¿Lo transformo en qué?
Juan Cruz: Pido
D: ¿Y lo transformo en qué?
Jimena: En veinticuatro
D: ¿Este cuatro qué es? (*Silencio*). Estos cuatro ¿qué son?
Valentina: Cuarenta
D: Cuarenta ¿y qué son?
Valentina: Dieces
D: ¡Son dieces! Entonces ¿Cuántos dieces son estos doscientos?
Juan Cruz: Veinte
D: Veinte dieces, más los cuatro dieces ¿Cuántos son?
Varios: Veinticuatro
D: Veinticuatro, por eso me queda este veinticuatro acá, que le hacemos un arquito acá… ¡Y que ustedes ya lo hacían pero me parece que se habían olvidado!.. Esto es para ver que no es que tengo dos, sino que estos son cienes. ¡Bueno! A ver ¿quién más lo hizo? Brenda vos también lo habías hecho ¿Cómo lo hiciste?
Brenda: Lo hice mentalmente
D: Bueno, pero a ver…explicálo cómo lo hiciste mentalmente
Brenda: Y lo hice también en la hoja
D: ¡Ah bueno! Vení pasá a hacerlo.
Brenda hace su cuenta en el pizarrón.

	2	4
x	1	0
	0	0
2	4	
2	4	0

Brenda: yo me dí cuenta de que diez por veinticuatro da doscientos cuarenta y lo hice así.
D: Veamos ahora qué podemos sacar en claro de lo que hemos visto de estas divisiones hasta ahora.
D: Miren estos números *(Señala la columna de la izquierda*) ¿En qué cifra terminan?
450 ÷ 10 = 45

55 En realidad visto de la manera como ella lo está preguntando, la respuesta debería ser “sí”; puesto que sí es posible repartir dos cienes en diez.

140 ÷ 10 = 14
240 ÷ 10 = 24
Juan Cruz: ¡Ah sí! ¡Vos los hiciste a todos con ceros! ¡Así es más fácil!
Andrés: ¡Ah, ya me di cuenta! (…). Sería que el resultado de cuatrocientos cincuenta dividido en diez, es cuarenta y cinco… ¡No va con el cero!
D: ¡Bien! ¿Qué perdió el cuatrocientos cincuenta?
Andrés: Un cero
D: Un cero. ¡Muy bien! ¿Y el ciento cuarenta?
Valentina: ¡También! ¡Todos pierden un cero!
(…) D. Perfecto... ¿Estamos hasta ahí? Y a ver… ¿se acuerdan cuando multiplicábamos por diez, por cien, por mil?…
(…) D: Entonces en las divisiones por diez, por cien, por mil… cuando yo divido un número que termina en cero… ¿qué pasa en las di-vi-sio-nes?
Javier: Los ceros se van.
D: ¿Se le agregan ceros o se le quitan?
Varios: Se le quitan
D: Y ¿por qué se le quitarán en la división?
Brenda: Porque estamos…repartiendo

Este fragmento donde se trata de calcular cuánto es 240 dividido en 10 resultó bastante amplio, pero decidimos mostrarlo sin cortes para analizar la secuencia de esta clase en torno a las técnicas. Notamos que, planteado el enunciado, sucesivamente: hay respuestas correctas (el cociente es 24) obtenidas mentalmente; un alumno (Franco) explica de algún modo la justificación de su resultado: dije que en la multiplicación si era por diez, le agregabas el cero y era doscientos cuarenta; pasan luego dos alumnos al pizarrón (uno de ellos Franco) y escriben la cuenta convencional con algunas diferencias (escritura de restas parciales, cociente obtenido por aproximación). Sobre el último registro, la docente inicia un diálogo donde trata de hacer participar a la clase en el análisis de los pasos para seguir en el cálculo. En ese análisis la docente utiliza vocabulario que seguramente resulta parte del repertorio de los alumnos, tales como ¿Me alcanza?, (…) le hacemos un arquito acá… ¡Y que ustedes ya lo hacían pero me parece que se habían olvidado! Una tercera alumna es invitada a mostrar en el pizarrón su manera de resolver, y escribe correctamente una multiplicación por 10 como verificación del resultado obtenido mentalmente. Luego, la docente reúne los números que aparecen como dividendos y divisores en cada uno de los enunciados propuestos (240, 450 y 140; y 10, respectivamente) y a través de la búsqueda de regularidades, enuncia la regla de quitar ceros. Contrapone dicha regla a la de la multiplicación donde en ese caso se agregan ceros.

Luego, en esa misma clase, escribe en el pizarrón una serie de ejercicios que seguramente buscan fijar lo que han venido trabajado:

<u>En forma mental</u>
50:10 =
500:10 =
5.000: 10 =
730: 10 =
42.000: 1000 =

(…)

<u>Completa las divisiones con 10, 100 ó 1.000</u>

630÷------- = 63	10 ÷ --------- = 1
1.000 ÷ -------- = 10	730 ÷ --------- = 73
490 ÷ -------- = 49	4.500 ÷ --------- = 450
81.000 ÷ --------- = 810	10.000 ÷ --------- = 10
75.300 ÷-------- = 753	100 ÷ --------- = 1

La clase del **18 de octubre**[56]; presenta una secuencia de muy similares características donde la docente comienza proponiendo de forma oral, una serie de enunciados que se resuelven con divisiones por un dígito ((108÷9); (798 ÷ 7))[57]; luego agrega a su propuesta situaciones orales y escritas, que se resuelven dividiendo por diez y múltiplos de diez ((360 ÷ 20); (650 ÷ 10); (1200 ÷ 100); (246 ÷ 20); (136 ÷ 30) y (368 ÷ 40))[58]; propiciando a partir de esto una puesta en común donde alguno o varios de los alumnos realizan la presentación del algoritmo en el pizarrón, y ella va haciendo algún tipo de intervención, hasta que finalmente formaliza. En esta ocasión, dicha formalización llega con la puesta en común del siguiente algoritmo realizado en el pizarrón por Franco, ya que al parecer advierte que los alumnos van adoptando diferentes procedimientos y hay quienes se pierden en los mismos, aún llegando al resultado correcto pero sin poder dar cuenta de cómo; tal es caso de Franco:

```
3   6   0 | 2   0
3   6       1   8
    0   0
```

Franco: No me pidas que te la explique, porque no lo sé. *(Risas)*
D: Bueno, Franco la hizo así, vamos a buscar si hay otras formas de hacerla ¿sí? Vamos a ver cómo podemos hacer esa división….Porque lo hemos estado haciendo mentalmente ayer y hoy. Pero vamos a ver cómo podemos hacer esta división con los procesos que ustedes puedan utilizar para todas las divisiones.

Transcripción de audio registro Nº 32: 5

Franco ya mostró que puede resolver ese tipo de cálculos mentalmente, pero en el registro escrito muestra errores. Hay al menos otros alumnos a los que le sucede lo mismo (por ejemplo la alumna que verificó con un producto el cálculo mental de división por 10 que había resuelto) y eso plantea un problema de sentido del tema a tratar: ¿para qué hay que aprender a escribir y resolver algo de una determinada manera cuando puedo hacerlo de otro modo?

[56] Transcripción de audio registro Nº 32
[57] Transcripción de audio registro Nº 32: 1; 4
[58] Transcripción de audio registro Nº 32: 5; 11

La docente emprende nuevamente un diálogo donde lo esencial de las justificaciones están a su cargo, para enseñar la técnica que específicamente resuelve 360 ÷ 20, considerando ahora la cuenta que han ido haciendo entre todos en el pizarrón:

```
3 6 0  | 20
1 6 0     1 8
  00
```

(…) D: (…) mecánicamente… ¡No! Mecánicamente no, sino en el proceso de la división por una cifra, ustedes hacían: “Uno por dos directamente” *(Se está refiriendo al uno del cociente y al dos del divisor).* Lo que pasa es que ahora tenemos al veinte que está formado ¿por quién?
Varios: Por el dos y el cero
D: El dos y el cero que son… la decena y la unidad. Pero ¿qué pasa? Si yo tomo treinta y seis…porque vamos a hacer de cuenta que este cero no existe *(se refiere al cero en 360)* vamos a hacer hasta ahí, porque hasta acá ¿qué tomamos?... ¿tomamos el cero?
Varios: ¡No!
D: Entonces… no lo tengamos en cuenta ahora ¿estamos?
Varios: Sí
D: Ese tres del treinta y seis ¿A quién correspondería? ¿A los dieces, a los unos…?
Alexis: A los dieces
D: ¡Muy bien! ¿Y ese seis?
Andrés: A los unos
D: A los unos, o a las unidades. Entonces yo digo: uno por las unidades ¿cuánto es?
(Silencio) D: Vamos juntos a ver… ¿uno por cero?
Varios: Cero
D: ¡Cero!... pero cuántas unidades teníamos acá
Varios: Seis
D: Seis… ¿me sobra?
Juan Cruz: ¡Sí!
D: ¿Cuántos me sobran?
Juan Cruz: Seis
D: ¡Seis me sobra! ¡Bien! Ahora digo: una por dos dieces o por dos decenas ¿Cuánto es?
(Silencio) D: ¡Una por dos!
Juan Cruz: ¡Dos!
D. Dos… ¿Y cuántos dieces tengo acá?
Varios: ¡Tres!
D: Entonces, ¿cuánto me sobra?
Juan Cruz, Valentina: ¡Una!
D: Me sobra uno. Miren acá ¿quedó formado el dieciséis que habíamos sacado con otro procedimiento?
(…) D: Yo dividí treinta y seis… pero, ¿qué me falta?
Valentina: El cero
D: ¡Ah! El cero ¿y qué hago?
Varios: Bajalo
D: Lo bajamos y lo ponemos ¿a dónde?
Juan Cruz: Al lado del seis
D: Al lado del dieciséis. ¿Y en qué se transforma ese dieciséis?
Franco: ¡En ciento sesenta!
D: ¡Bien!... ciento sesenta… ¡ahaha! A ver… ciento sesenta dividido en veinte.

Transcripción de audio registro Nº 32: 5

La división por 20 no necesitaría de la técnica convencional para ser resuelta, ya que trabajadas las divisiones por 10 y sus potencias, y dado que el dividendo es múltiplo de 20, el cálculo podría ser resuelto mediante una división por 10 y luego una por 2, o a la inversa. Hay aquí una cuestión delicada con respecto a la distribución del divisor (ya que de considerar 20 = 10 x 2, necesitamos dividir por 20 como la sucesión de dividido 10 y al resultado dividido 2). Sin embargo, la docente crea un espacio y destina un tiempo en la clase para hacer público un modo de hacer la cuenta que sigue los pasos que constituyen la técnica general, para no importa qué cantidad de cifras, con o sin resto. Es que saber que el resultado es el correcto da a los alumnos cierta herramienta de control y también sirve de sustento al diálogo que sostiene la docente. En ese diálogo, eliminar el cero del dividendo, produce un desplazamiento de las cifras (el 3 que ocupa el lugar de las centenas, deviene decena; el 6 se convierte en unidad…) que no se retoma luego.

El fragmento que se presenta a continuación proviene de un diálogo en la misma clase del **18 de octubre**[59], en el marco de la resolución del enunciado que indica dividir 360 ÷20, y muestra la relación que los alumnos tienen con la técnica que se les está intentando comunicar: por ahora, se pierden en los procedimientos y sólo pueden apelar a establecer relaciones con el lenguaje propio de quienes manejan la técnica ("bajo el…"), sólo que como la docente no aprobó tal acción (porque lo que correspondía era multiplicar) optaron entonces por la acción contraria: "subo el…".

D: (…) él tiene que repartir en partes iguales (…) Trescientas sesenta tachuelas en veinte cajitas. (…)
D: ¡Bien! Andrés poné ocho ahí.

$$\begin{array}{ccc|cc} 3 & 6 & 0 & 2 & 0 \\ \cline{4-5} 1 & 6 & 0 & & 18 \end{array}$$

(…) D: Con el cociente ¿qué tendremos que hacer ahora?
Nacho: Bajás el cero
D: ¡Cuál cero si ya lo bajé acá mirá! ¿Ves que tengo ciento sesenta? ¿Qué hago con el cero y el ocho acá? *(Se refiere al cero (0) del veinte (20) que está en el divisor, y al ocho (8) que está en el cociente)*
Valentina: Subo el ocho
D: ¡Subo el ocho!... ¡Qué hago con el ocho y éste! (…) ¡Vamos!... Con el ocho… Con este número que está acá ¿qué tengo que hacer?
José Francisco: ¡Subirlo!
D: ¡Cómo subirlo!
Javier: ¡Bajar el cero!
Valentina: ¡No! ¡Multiplicarlo!
D: ¡Multiplicarlo! ¿Qué hago con este número que yo pongo acá en el cociente para poder poner el resto después, lo que me sobra? Lo multiplico, éste, con el divisor, entonces: ¿Ocho por cero?
Andrés: ¡Cero!
(…) D: ¡Bien! ¡Cero! ¿Y qué tengo acá en las unidades? (*Señalando el cero en ciento sesenta 160*).
Andrés: Otro cero
D: ¿Me sobró algo?
Juan Cruz: ¡No!

[59] Transcripción de audio registro Nº 32

D: ¿Entonces qué pongo?
José Francisco: Cero
D: Ahora me toca multiplicar los dieces… ¿Ocho por?...
Juan Cruz: Dos…dieciséis
D: Dieciséis, ¿y acá qué tengo?
Varios: Dieciséis
D: Dieciséis, ¿y entonces? ¿Qué le pongo? ¿Me sobra algo?
Varios: ¡No!
Valentina: ¡Cero!
Transcripción de audio registro Nº 32: 9

El diálogo se vuelve por momentos muy difícil de sostener por parte de la docente que busca la participación de los alumnos pero como no disponen de conocimientos que les sirvan de control, enuncian un poco al azar términos para ver cuál es el que está esperando la maestra. A su vez, ella, para garantizarse algunas respuestas correctas, hace preguntas que resultan claras y puntuales para los alumnos que participan, pero esas respuestas no necesariamente contribuyen a darle sentido a la técnica completa. Nos referimos, por ejemplo a "D: Dieciséis, ¿y acá qué tengo?; Varios: Dieciséis; D: Dieciséis, ¿y entonces? ¿Qué le pongo? ¿Me sobra algo?". Los alumnos, en el contrato didáctico vigente, participan activamente, pero sus intervenciones son un poco azarosas.

El **23 de octubre**[60], la docente propone la corrección de los ejercicios que quedaron pendientes de la clase anterior, haciendo pasar al pizarrón a un alumno, quien resuelve por medio de ciertos pasos que no son los convencionales de la división que la docente intenta introducir en el aula.

O: *La maestra (...) le pide a Franco que pase para ver cómo había hecho el tercer problema, que es hasta donde habían llegado corrigiendo la clase anterior.*
Franco: Te aviso que yo no entiendo nada de cómo vos lo hacés pero los otros problemas estaban bien. (*Risas) (...)*

1	3	6	3	0
1	0	0		3
	1	0	+	1
	4	0		4
	1	6		

D: ¿Entienden lo que hizo Franco?
Juan Cruz: ¡Yo no!
Lourdes: ¡Y yo menos! (*Risas)*
D: Te animás a decir cómo lo hiciste
Franco: Separé el cien del treinta y seis y dije: tres por treinta noventa, entonces diez.
D: ¿Pueden ver eso chicos?...él puso el cien de ciento treinta acá abajo, separándolo de treinta. Lo desarmó ¿Sí?... ¡Seguí Franco!
Franco: Después sumé el diez con el treinta y da cuarenta, va el uno por treinta, y entonces te sobra diez y más el seis, sobran dieciséis.
Juan Cruz: ¡No seño! ¡Qué difícil! ¡Yo no entendí nada!
José Francisco: ¡Y yo menos!

[60] Transcripción de audio registro Nº 33

D: ¡Calma, calma!... ¡esto es para Franco! ¡No se preocupen! Es que a él le han enseñado de otra forma. (…) Ahora te digo que lo que hacés está perfecto. Bueno… ¿y entonces cuántas bolsas de cemento va a entregar el camionero en cada casa?
Karen: Cuatro
D: ¡Bien! ¡Cuatro bolsas! ¿Y le quedó algo sin repartir?
Juan Cruz: Sí, dieciséis
D: Eso, dieciséis bolsas no las pudo repartir porque si no le iba a dar unas casas una más y a otras nada. ¿Estamos? Porque ¿cuál era la consigna? Él tenía que repartir ¿en?
Manuel: Partes iguales
D: Muy bien Manuel.

Luego por pedido de la docente, los alumnos leen los enunciados que han diseñado con las cantidades que ella les sugirió en la última consigna. Todos los problemas que leyeron los alumnos coinciden en el término “repartir”, caramelos entre chicos; bolitas entre chicos; botones en costureros; plantines en macetas; etc.

Una vez controlada la actividad, la maestra coloca la fecha en el pizarrón y les agrega los siguientes enunciados:

Martes 23 de Octubre

La cuota más barata

3. Juan José compró un celular y eligió el que se pagaba con la cuota más barata.

Marcá el celular que compró Juan José.

d) $ 480 a pagar en 10 cuotas iguales.
e) $ 678 a pagar en 21 cuotas iguales.
f) $ 806 a pagar en 31 cuotas iguales.

4. Mariela quiere comprar un TV para regalarle a su abuela, el valor es de $ 1312 y quiere pagar en 41 cuotas iguales. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

D: Bueno, lean el primer problema en voz baja para entender lo que hay que hacer.
(…) Valentina: ¡Seño, yo lo hice!
D: ¿Y cuánto es?
Valentina: Cuarenta y ocho
D: ¿Y cómo sabés?
Valentina: Sólo le saqué el cero.
Franco: ¡Qué chica inteligente!
D: Entonces el primer celular se puede pagar ¿en?...diez cuotas ¿de?
Franco: Cuarenta y ocho
D: Cuarenta y ocho pesos cada una. ¿Es necesario hacer la división con todos los pasos?
Varios: ¡No!
D: ¡No!, porque ya sabemos que si es dividido diez… ¿Qué hacemos con el cuatrocientos ochenta?
Andrés: Le agregamos un cero
Juan Cruz: ¡Le agregamos no! ¡Le sacamos un cero! Si no... ¡Serían cuatro mil ochocientos!
D: ¡Le sacamos un cero y listo!

Continúan trabajando con el resto de los enunciados de los celulares, pero se les presenta una nueva dificultad con la introducción del divisor con la unidad distinta de cero; en este caso 678÷21, luego 806÷31 y finalmente 1312÷41. La relevancia del tema no nos ha permitido reducir los fragmentos que aparecen a continuación.

D: (…) Yo acá no te lo doy al valor de cada cuota. ¿Y cómo hago para saber?... tengo que dividir.
¡Bien! ¿Y cómo es con el segundo celular?
Juan Cruz: (L*ee del pizarrón*) Seiscientos setenta y ocho a pagar en veintiún cuotas iguales.
D: ¿Qué tenemos que hacer?
Franco: ¡No sé!, ¡yo en eso no me meto!
(*Risas*) Franco: No ¡no lo voy a hacer!
Brian: A mí me parece que es una multiplicación.
D: ¿Cuánto vale el celular Brian?
Brian: Seiscientos setenta y ocho.
D: Seiscientos setenta y ocho y se puede pagar en cuotas. ¿En cuántas cuotas?
Brian: Veintiuna.
D: Veintiuna. ¿Pero vos sabés el valor de cada cuota?
Franco: *(Se ríe)* ¡Nooo!
Brian: ¡No!
D: ¿Y cómo lo sacamos? ¿Cómo sacamos ese valor?
Javier: División.
D: ¡Claro! Dividimos el precio del celular ¿en cuánto?
Brian: En veintiuno.
D: ¡Bien! ¿Quién pasa a hacerlo?
(…) Brenda: ¡Uy! ¡Me mataste seño con este veintiuno! (*Risas*)
D: (*A todos*), Miren qué apareció.
Varios: ¡¡¡Uh!!!!...
D: ¿Hay un cero acá? (*Señalando el divisor*) (…) A ver…veintiuno ¿cerquita de qué número está?
Brenda y Juan Cruz: ¡De veinte!
D: ¡De veinte!, entonces es como que si estuviéramos dividiendo por veinte. Entonces ¿qué tomamos?
(*Silencio*) Brenda: El seis no me alcanza…el sesenta y siete.
D: ¡Bien! ¡Marcalo! ¿Cuántas veces entrará el veinte en el sesenta y siete?... Pueden hacer eso (…)
Franco: Tres y quedan siete
(…) D. Hacemos: el seis para el dos y el siete para el uno (*Dividendo y divisor*)
Juan Cruz: Tres
D: ¿Están seguros que es tres?
Franco: ¡Segurísimo!
D: Chicos vayan haciéndolo en sus carpetas así ya les queda completo. Ponemos tres Brenda entonces. ¡Pero acá no tenemos que multiplicar por cero! ¡Porque está cerca de veinte pero no es veinte! Entonces es tres ¿por?
Varios ¡Uno!
D: Tres por una
Varios: Tres
D: Tres ¿A quién allá? (*Se refiere al 67 que está señalado debajo del arco en el dividendo)* miren, ¿al seis o al siete? (*Silencio*)
D: ¡Al siete!... (…) ¿A quién multiplico primero?
Varios: ¡Al uno!
D: ¡Al uno! Y decimos…
Varios: Tres por uno…tres…
D: ¿Y ahora a quién?
Juan Cruz: Al seiscientos.
D: ¿Al seis?
Juan Cruz: ¡No al siete!
D. ¡Al siete!... ¿Y cuántos le sobran?
Varios: ¡Cuatro!
D: ¡Bien, cuatro!...Ahora ¿a quién tengo multiplicar? ¿El tres por quién?
Juan Cruz: Por el dos
D: ¡Por el dos!...Entonces ¿tres por dos?
Varios (*A coro*): Seis, y al seis cero
D: ¡Bien! Bajo ¿El?...
Varios: ¡Ocho!

Juan Cruz: ¡Ahora va dos!
D: ¿Cuánto te queda Brenda ahí?
Brenda: Cuarenta y ocho
D: Bueno… ¿Cuántas veces entrará el veinte en el cuarenta y ocho?
Juan Cruz: ¡Dos! ¿Veinte más veinte?
Brenda: De dos (*Y lo escribe*)
D: A ver nos fijemos, ¿dos por uno?
Brenda: Dos
D. ¿Al ocho?
Brenda: Seis
D: ¿Dos por dos?
Varios: Cuatrocientos
D: ¿Al cuatro?
Juan Cruz: Cero
Varios: Cero
Juan Cruz: (*A Brenda*) ¡Cero poné!
O: *Finalmente, la cuenta que hizo Brenda en el pizarrón quedó así*

6	7	8	2	1
0	4	8	3	2
	0	6		

D: ¿Me dan cuotas exactas?
Varios: ¡Sí!
D: ¿Sí?
(*Silencio*)
Juan Cruz: ¡Ahn nnnnn!
D: Voy de nuevo… ¿me dan cuotas exactas?
Varios: ¡Noooo!
D: ¿Sobra cuánto?
Varios: Seis
D: Seis pesos, entonces quiere decir que en una de las cuotas ¿De cuánto será?
Juan Cruz: De seis
(*Silencio*)
D: A ver piensen, piensen de cuánto será
Lourdes: ¿Sesenta y tres?
(…) D: ¡Vamos piensen!
(*Silencio*) Lourdes: ¡Ah, treinta y ocho!
D: ¿Por qué Lourdes?... fíjense el treinta y dos…
Lourdes: Lo sumás con el seis
D: ¡Muy bien!

Transcripción de audio registro Nº 33

El segundo de los enunciados, requiere dividir 806÷31 donde en la resta parcial aparece una sustracción con dificultad.

D: Bueno, acá tenemos ochocientos seis, dividido treinta y uno (806: 31 =). Igual que en el de recién…El treinta y uno, ¿cerca de qué número está?
Varios: ¡Del treinta!
D: Ustedes tienen que pensar en eso, llevar al treinta y uno a treinta, redondeando. ¿Sí? ¿Cuántas veces entra el treinta en el ochenta?
Franco y Juan Cruz: ¡Dos, dos!
D: ¡Muy bien, dos! (…) ¿Dos por una?
Varios: ¡Dos!
D: ¿A quién?
Franco: Crick, crick,
D: ¡Ay!… ¿Y acá qué nos pasó? (…) ¿Dos por una?
Varios: Dos.
D: ¡Pero acá tengo cero! *(Silencio)*

(…) D: ¡Piensen! ¡Vamos! Ustedes lo van a sacar enseguida. (…) ¿Qué puedo hacer con este ocho? (*el de ochocientos seis*)
(*Silencio*) Juan Cruz: ¡Ah, ya sé!... ¿Por qué no lo cambiás y nos das algo más fácil?
(*Silencio*) Juan Cruz: ¡Vamos, que no entiendo nada!
D: Miren la ayudita que les voy a dar. Esto es lo que estamos tratando de dividir por ahora…y lo que ustedes me dijeron hasta acá, es que dos por uno es dos y dos por tres es seis. Entonces tenemos, lo que queremos dividir que es ochenta y los resultados de multiplicar treinta y uno por dos, que es sesenta y dos
O: La maestra va anotando en el pizarrón lo que les dice

$$\begin{array}{r|l} 80 & \underline{31\;\;} \\ & \;2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2x1= 2 \\ 2x3= 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 80 \\ \underline{62\qquad} \end{array}$$

(…) D: Bueno y ¿Qué hacían ustedes cuando les tocaba una resta así? ¿Pueden restar cero menos dos? (…) Juan Cruz: ¡Sí, pidiendo!... ¡le pedimos una al ocho!
D: Le pedimos una decena al ocho, y…
La maestra hace la resta que ha escrito antes en el pizarrón, y va completando con los resultados en la división.

$$\begin{array}{cc} {}^{7}\cancel{8} & {}^{1}\cancel{0} \\ 6 & 2 \\ \hline 1 & 8 \end{array}$$

D: Volvamos a la división: ¿Dos por una?
Varios: Dos
D: Dos. Pero acá yo tengo cero, pero ese cero ¿en qué se va transformar?
Juan Cruz: En diez
D: En diez, porque le va a pedir al ocho… ¿cuánto?
Varios: ¡Uno!
D: Le pide al ocho uno, ¿y el ocho en qué quedó?
Varios: Siete
D: Es esa la resta que nosotros tenemos que hacer, que es lo que nos va a ir sobrando. Entonces ¿al diez cuánto?
O: *José Francisco pone 8 debajo del 0.*
D: ¡Bien ahora multiplicamos! ¿Dos por tres?
Varios: Seiscientos
D: ¡Seis! ¿Pero qué pasó con este ocho que teníamos acá? ¿Quedó en ocho?
Juan Cruz: ¡No, en siete!
D: En siete quedó
Juan Cruz: ¡Uno!
D: ¿Le sobra algo a ese siete?
Juan Cruz: ¡Sï! ¡Uno!
Varios: ¡Uno! (…)
D: Miren, debajo del ochenta me quedó dieciocho, y si ven en la resta nos pasó lo mismo. Quiere decir que el resultado que nosotros ponemos acá en el resto de la división, es la misma resta que hemos hecho antes, solo que no estamos escribiendo todo el proceso de la resta; la hacemos mentalmente, en nuestra cabecita. ¿Cómo seguimos con esto?... bajamos…
Varios: El seis.
D: ¿Qué nos quedó acá?
Valentina: Ciento ochenta y seis.
D: Ciento ochenta y seis, dividido treinta y uno
Franco: Es seis.
Juan Cruz: ¡Sí seis!... ¡No!
D: Ahora decimos ¿el seis para qué numerito?
(*Silencio*)… D: Decimos el seis para ¿el?...
Juan Cruz: ¡Uno!
D: Y el dieciocho ¿para quién?
Varios: Para el tres
D: ¡Bien!... ¿Y si no qué puedo decir?

(*Silencio*)… D: Puedo decir ¿Cuántas veces entra el treinta en el ciento ochenta y seis?
Gonzalo: ¡Dos!
D: ¿Dos cabe?
Gonzalo: Ehhh… ¡Auchi, no me sale!
Franco: ¡Seis te dije!
D: Dos por treinta ¿cuánto es?
Karen: ¡Es seis! ¡Seis por tres dieciocho!
D: ¡Muy bien!, ¿entonces qué tenemos que poner acá?
Varios: Seis.
D: y decimos…
Varios: Seis por una seis. Y seis por…
D: (*Interrumpiendo*) ¡Esperen, esperen, no se apuren! ¿Cuánto le sobra acá al seis?
Valentina: ¡Nada!
D: Entonces cero. Y ahora ¿seis por tres?
Juan Cruz: Dieciocho
D: ¿Al dieciocho?
Varios: Cero
D: ¡Muy bien!

Toda la técnica está sostenida por el diálogo que entabla la docente, en este caso donde aparece un cero en las decenas del dividendo, debe recurrir explícitamente a una resta que hace como un cálculo auxiliar. De haber explicitado que no quería que escribieran las restas parciales, a hacerlas mentalmente bajo su responsabilidad (en la cuenta anterior D: Tres por una, Varios: Tres, D: Tres ¿A quién allá?) escribe la resta como una cuenta separada… Hay una gran amalgama de cuentas y registros que están ocultos en el algoritmo y por el momento los alumnos no logran dominar.

Finalmente, la clase concluye con la cuenta que realiza otro alumno en el pizarrón (1312÷41) cuyas dificultades son muy similares a la anterior.

El **24 de octubre**[61], la docente les propone a sus alumnos una "Maratón de divisiones".

D: Hoy va a ser práctica, no voy a poner ninguna situación problemática, solo vamos a practicar todos los pasos que hacemos en una división. ¿Estamos? (…) Pasá Malena, porque vos estuviste faltando, y te vamos a ayudar entre todos.
O: (…) *Le escribe en el pizarrón 389÷ 20 =*
D: (…) ¿Por dónde empezamos a dividir Male…?
Malena: De acá (*señala el nueve en trescientos ochenta y nueve*).
D: ¿De los unos empezábamos?
Juan Cruz: ¡No!, del trescientos
O: *Malena entonces señala el tres.*
D: ¡Ah! ¡Siempre de los más grandes empezamos! (…) Tengo ese tres ahí ¿Me alcanza para dividir en veinte?
Malena: (C*on la cabeza*) No
D: ¿Qué tengo que hacer entonces?... Lo transformo en dieces y ¿tengo cuántos dieces ahora?
Malena: Treinta y ocho.
D: ¡Bueno! Hacele un arquito al treinta y ocho para que no te confundas por ahora. Ahora tengo treinta y ocho chupetines y veinte chicos. ¿Para cuánto me alcanza para cada uno? *(Silencio*)
Juan Cruz: Uno a cada uno.
Malena: ¿Uno?
D: ¡Bueno!, y pongo el uno acá (E*n el cociente*). Y ahora ¿puedo decir uno por veinte?

[61] Transcripción de audio registro Nº 34

Valentina: ¡Sí!
D: ¿Sí o no?
José Francisco: Sí
D: Sí, porque teniendo el cero... ¿se acuerdan que habíamos dicho que era más fácil? ¡Bien!... ¿Uno por veinte?
Varios: Veinte
D: Y acá tengo treinta y ocho (*En el dividendo*) ¿Me sobra algo? (*Le pregunta a Malena, que permanece en silencio, sin pronunciar palabra)* Mirá bien Male ¿No me sobra nada?
Malena: Nueve
D: ¿Nueve?... Atendé, ¿qué le sacábamos al treinta y ocho?
(*Silencio*) D: ¡Veinte le sacábamos! (*la maestra anota esos veinte debajo del treinta y ocho como para comenzar a restar*)
D: Entonces ahora podemos decir ¿ocho menos cero?
Malena: Ocho
D: Bien escribilo. ¿Tres menos dos?
Malena: Uno (*Lo anota*).
D: Bueno ahora hay que bajar ¿el?...
Malena: Nueve
D: Decimos entonces: El dieciocho para el dos y el nueve para el cero. (*A todos*): ¿Se acuerdan de esto verdad?
Varios: ¡Sí!
Juan Cruz: ¡Es fácil! ¡Tiene que decir la tabla del dos ahora!
D: Tenemos que preguntar de nuevo ahora ¿cuántas veces cabe el dos en el dieciocho?
Malena: ¿Nueve?
D: ¡Nueve! Lo ponemos y lo multiplicamos primero por el cero y después por dos (*Son los números del divisor*) ¿Nueve por cero?
Malena: Cero
D: ¿Al nueve?
Andrés: Cero
D: ¿Al nueve Andrés?
(…) Malena: Dieciocho
D: ¿Al dieciocho?
Malena: Cero
D: ¡Muy bien Male! Ahí está terminada la división. (*A todos)* ¿Es exacta esta división?
Varios: ¡Nooo!
D: ¡Bien! Sobran nueve (…)

3	8	9	20
2	0		19
1	8	9	
	0	9	

Tal vez la docente, después del importante sostén que tuvo que hacer en la clase anterior cuando los divisores no eran múltiplos de 10, asume el fracaso de esa enseñanza y retorna a los divisores múltiplos de 10. Además, también cede en escribir la resta parcial. Sigue la "maratón", la dinámica de resolución es muy similar a la descrita para el caso de Malena, y las divisiones son las siguientes 437÷30; 405÷50; 781÷60; 745÷70; 938÷80.

Finalmente, retorna otros divisores:

D: (…) Copien en sus carpetas este cuadro que les pongo en el pizarrón, y es para trabajar en grupos de a dos. *(...)*

Completa el cuadro		
DIVISIÓN	**COCIENTE**	**RESTO**
878: 81		
328: 21		
867: 31		
786: 71		

La clase del **25 de octubre**[62], comenzó con la corrección en el pizarrón de la actividad "Completa el cuadro" que había quedado pendiente de la clase anterior.

D: Va a pasar Jimena a hacer el primero y a medida que vayan pasando, ustedes se corrigen en su hoja.
O: *La maestra les va haciendo las siguientes preguntas a quienes están en los bancos: "¿les dio así?" "¿Alguien no le entendió?" (Nadie responde a esta pregunta) "¿Cuál es el cociente?" "¿Y el resto?" "¿El dividendo?" "¿Y el divisor?"*
Se ha dividido el gráfico que representa al pizarrón y se han colocado los nombres de quienes han hecho las cuentas para facilitar la lectura.

8	7	8	81
8	1		10
0	6	8	

Jimena

3	2	8	21
1	1	8	15
	1	3	

Valentina

8	6	7	31
2	4	7	27
	3	0	

Florencia

7	8	6	71
0	7	6	11
	0	5	

Javier

O: *Cuando le tocó el turno a Javier, la maestra le ayudó, ya que él decía lo siguiente: "El siete cabe una vez en el siete", ponía el uno en el cociente, pero luego no sabía cómo seguir con el procedimiento de multiplicar el cociente por el divisor, y poner el resto al dividendo. A continuación se encuentran las multiplicaciones que la maestra fue escribiéndole a Javier en el pizarrón para que pudiera ver cuál era el procedimiento que se hacía de forma oral.*
D: Atendé Javi, cuando vos decís que el siete cabe una vez en el siete, y una vez que ponés el siete acá (*en el cociente*), el paso que tenés que seguir es este: Tenés que multiplicar primero el uno por el uno y después por el siete.
La maestra le anota esto en el pizarrón

1 x 1 = 1
1 x 7 = 7

D: Entonces decimos ¿uno por uno?
Javier: Uno
D: ¿Al ocho?...y ahí, debajo del ocho ponés lo que le sobra. Ahora por siete. ¿Uno por siete?
Javier: Siete
D: ¡Bien!... ¿al siete?
Javier: Cero
D: ¿Te das cuenta cómo es?
Javier: Más o menos.
D: ¡Bueno, ya te va a salir, hay que seguir practicando! Sentate Javi. (*A todos*) Chicos, recuerden que esto es autocorrección.

¡Qué difícil es comunicar la secuencia de pasos y la disposición gráfica sin el recurso al sentido de dichas decisiones! La clase continúa con una explicitación propuesta por la docente de la técnica de "la prueba de la división".

[62] Transcripción de audio registro Nº 35

Ahora tengo algo muy importante para decirles y tiene que ver con lo que hicimos ayer con la prueba para ver si los resultados de las divisiones estaban bien. Para eso tenemos que tener bien en cuenta que, si yo multiplico el cociente, por el divisor y a ese resultado le sumo el resto ¿qué me tiene que dar?
Juan Cruz: El…el…
Manuel: El dividendo
D: ¡El dividendo! ¡Muy bien!... eso es lo que vamos a escribir ahora para que ustedes se acuerden.(…) y pongo una división para que Nacho pase a hacerla, y nos va a quedar de ejemplo. (…)

Para recordar
→ Debo multiplicar…
Cociente x Divisor + Resto = Dividendo

D 3 9 6 | 4 1 Divisor
2 7 R 9 cociente

(…) D: ¡Bueno, a ver Nacho! ¿Qué es lo primero que tenemos que hacer acá?
(*Silencio*) D: Tengo el primer número que es un tres ¿me alcanza para repartir en cuarenta y uno?
Nacho: No
(…) D: (…) ¡Nacho! Me habías dicho que con tres no te alcanza ¿Entonces qué hay que hacer?
Nacho: (*Señalando el treinta y nueve*) ¿Esto?
D: Treinta y nueve ¿Sí te alcanza para repartir en cuarenta y uno?
(*Silencio*) Nacho: No
D: ¿Entonces?
O: *Ahora Nacho marca todo (396) debajo de un arco*.
D: Bueno y decimos ¿el treinta y nueve para el…?
Juan Cruz: Cuatro
D: Para el cuatro ¿y el seis?... para el uno. ¿Cuántas veces entra el cuatro en el treinta y nueve?
(…) D: ¡Vamos Nacho! ¡La tabla del cuatro!
Nacho. Nueve
D: ¿Nueve por una?
Varios: Nueve
D: Nueve ¿y acá qué tengo?
Varios: Nueve
D: ¡Cómo nueve! ¿A dónde está el nueve? ¡Tengo seis!
Valentina: Dieciséis
D: Si tengo nueve, y digo al seis ¿me alcanza?
Varios ¡No!
D: ¡No! ¿Entonces qué hago Nacho?
(*Silencio*) D: Le pedimos un diez para transformarlo ¿en qué a ese seis?
Valentina: ¡Dieciséis!
D: ¡En dieciséis! Poné un unito chiquito antes del seis para que no nos olvidemos. Otra vez ¿nueve por una?... nueve… ¿al dieciséis?
(*Silencio*)
Varios: ¡Siete, siete!
D: ¡Cuente con los dedos aunque sea! ¡Hacé como Manolito que hasta usaba los dedos de sus pies para contar! (*Todos se ríen*)
(…) Nacho: ¿Siete?
D: Ahora ¿nueve por cuatro? Te tenés que acordar que el cuatro le prestó uno al seis para convertirlo en dieciséis. Entonces decimos ¿nueve por cuatro? Treinta y seis, ¿Al treinta y ocho cuántos le sobran?
Nacho: Dos
D: ¡Bien! ¿Sigo dividiendo?
Nacho: No
D: Entonces cierro. ¡Listo!

Transcripción de audio registro 35

Dado que la técnica que comunica la docente es tan fragmentada, con conocimientos atomizados, es muy frecuente que aparezcan casos "raros". Ya vimos los problemas que trajo un cero en el lugar de las decenas en el dividendo, y ahora resulta nuevo el tomar las tres cifras del dividendo cuando en los casos anteriores alcanzaba con tomar dos cifras. El camino a una técnica general es duro, la docente trata de cimentarlo en base a casos particulares, pero es una tarea muy ardua.

El **30 de octubre**[63], la docente les presentó a los alumnos una serie de enunciados orales cuya resolución implicaba en algunos casos divisiones y en otros multiplicaciones; bajo el acuerdo de que lo importante para esta actividad inicialmente es identificar la cuenta que resuelve el enunciado.

> D: (…) les quiero presentar algunas situaciones muy cortitas, y ustedes, por ahora solo me van a decir qué operación matemática tengo que hacer para encontrar la solución. Y después, si nos sale hacerla rápido, podemos dar el resultado. Si no, me conformo por ahora con que me digan solamente con qué operación se resuelve. ¿Estamos? (…) decíamos que a la persona que estaba por pagar sus cuentas de fin de mes le había quedado un dinerito, y entonces esta persona pensó: "este dinero seguramente me va a quedar todos los meses; por lo tanto me podría comprar un microondas para mi cocina que no tengo". (…) Ella quería pagarlo en unas seis cuotas. (…) salía cuatrocientos pesos ($ 400); para pagarlo en seis (6) cuotas. ¿Qué cuentita habrá hecho esta persona para saber cuánto iba a pagar en cada cuota?
> Juan Cruz (P*rácticamente sin demora alguna*): ¡Una División!
> Valentina: Una división
> Franco: ¡Sí!
> (…) D: ¿Y qué tenía que dividir?
> (*Silencio*)
> Nacho: Seis dividido cuatrocientos
> D: ¿Dividió seis en cuatrocientos?
> Varios: ¡Nooo! ¡Cuatrocientos dividido seis!
> D: ¡Ah!... ¡Ahora sí! Dividió cuatrocientos, que es el monto del microondas, por seis que son la cantidad de cuotas. ¿Y qué nos dará eso?
> Juan Cruz: ¡Ay!
> Jimena: El precio de la cuota
> D: ¡El precio de la cuota! ¿Se animan a hacerlo mentalmente?
> Franco: ¡No!
> Juan Cruz: ¡Si yo! ¡Sesenta y seis!
> Franco: ¡Yo quiero una división de dos cifras! (*risas*)
> D: ¿Dará eso? (…) Cuatrocientos dividido en seis ¿Qué tomo primero?
> Juan Cruz: ¡Sí!... ¡El cuarenta!
> Manuel: ¡Y me sobran cuatro!
> D: ¡Bueno! ¿Cuarenta dividido seis?
> Juan Cruz: Treinta y seis… ¡Digo!... ¡seis!
> D: Seis, y da ¿seis por seis?...
> Varios: Treinta y seis.
> D: Treinta y seis ¿Me sobra algo?
> Manuel: Cuatro.
> Juan Cruz: ¡Sí cuatro!
> D: ¡Bien! Tengo el cuatro y bajo ¿el?
> Juan Cruz: Cero
> D: Tengo cuarenta de nuevo ¿cuánto me da?
> Juan Cruz: Seiscientos

[63] Transcripción de audio registro Nº 36

D: ¿Y me sobra?
Juan Cruz: ¡Cuatro!
D: Entonces ¿de cuánto es la cuota?
Juan Cruz: ¡Sesenta y seis!

Más adelante, la docente les dicta a los alumnos los siguientes enunciados que van a quedar como tarea conjuntamente con unas cuentas, que hacia el final de la clase la docente copia en el pizarrón tal como se muestra a continuación:

D: "Uno" "Una planta embotelladora de gaseosas tiene que enviar 966 botellas a un supermercado. Si las coloca en cajones de 21 botellas, ¿cuántos cajones son necesarios?"
"Dos" "Para trazar el cableado de luces dispone de 1420 m de cables, que se cortará en 40 partes iguales. ¿Qué longitud tendrá cada parte?"
Tres" "Lorena le pidió un préstamo al banco para comprar un automóvil usado. Tiene que devolverlo en 48 cuotas de $ 207 ¿Cuánto dinero va a devolver en total?[64]"
"Cuatro" "Mecha ahorró $1.360 para hacer un viaje. Quiere que el viaje dure la mayor cantidad de días posible, hasta que se le termine el dinero. Si le queda un resto se comprará un recuerdo. Calculó que en comida y hospedaje gastará $ 54 por día. ¿Cuántos días durará el viaje? ¿Le sobrará dinero para el recuerdo?"
(…) D: Hoy quiero que trabajen solos (…). El que no ha terminado lo va dejando como tarea y copian esto también, así lo hacen en casa. (…)

Tarea	
1.456 : 71 =	489 : 57 =
2.861 : 21 =	507 : 46 =
4.692 : 31 =	640 : 98 =

Seguramente, al dejar esas cuentas como tarea, apela implícitamente a la colaboración de los padres para estudiar el algoritmo de la división.

El **31 de Octubre**[65], la docente propone la corrección de estas actividades que han quedado como tarea desde la clase anterior.

La modalidad con la que ella los va orientando, como así también las diferentes intervenciones al momento de la resolución de las divisiones es siempre la misma, y las características que presentan los alumnos respecto de sus inseguridades, son también muy similares en cada caso; a saber: manejo de tablas, una vez que han logrado arribar a la cantidad de veces que un determinado número "cabe" en otro, no se muestran seguros del lugar en que deben colocar tal número, como así tampoco del sitio en dónde poner el resto luego de que multiplican cociente por divisor. La única acción segura que efectúan los alumnos al momento de resolver, es la de "bajar un número". Ejemplo: Si están dividiendo 348 en 21, ellos van a dudar ante la pregunta de "¿Cuántas veces cabe el veintiuno en el trescientos cuarenta y ocho?", pero una vez que lleguen a la conclusión de que cabe una vez y sobran catorce, ellos rápidamente sin demora alguna dirán "bajo el ocho"; y nuevamente se les presentará la duda ante la pregunta de: "tengo ciento cuarenta y ocho, "¿Cuál es para el dos y cuál es para el uno?"
Ejemplo:

3	4	8	21
1	4	8	17
	0	1	

[64] Este enunciado fue analizado en el apartado de la multiplicación por bidígitos.
[65] Transcripción de audio registro Nº 37

Al final de la clase, la docente colocó en el pizarrón esta tarea y esta nota donde explícitamente pide la colaboración de los padres:

> Sres. Padres:
> Les pido por favor que hagan estudiar las tablas y las divisiones por dos cifras (10;11; 20; 21; 30; 31; 40; 41; 50; 51…..90; 91). El martes 6 de Noviembre se tomará esos temas para evaluar.
> Muchas gracias.
> La Seño …
> ---
> Tarea
>
> 468: 21 =   948: 31 =
> 1575: 51 =   807: 57 =
> 8261: 61 =   2406: 41 =

El **1 de noviembre**[66], la docente propone corregir la tarea entre todos.

D: Hoy vamos a hacer igual que ayer con las divisiones, van a ir pasando al pizarrón y quienes no pasen corrigen si ven algún error, y todos se van a autocorregir.
(…)
Agustina hace su 1er Intento en el pizarrón

8	0	7	51
3	9	7	17
	4	0	

D: Agus, creo que tus compañeros tiene razón, ahí hay un error, ¿Podés descubrir en dónde está?
(Agustina, mirando la cuenta que ha hecho en el pizarrón, mueve la cabeza diciendo "No")
D: Bueno, te ayudamos: vos ahí dijiste el ocho para el cinco y el cero para ¿El?
Varios: ¡Uno!
D: Bien, (…)
¿Ahora qué decimos?... ¿Uno por uno? Uno al… ¿...?
Juan Cruz: Diez porque le pide
D: ¿Entendés lo que dice Juan Cruz Agus? Él quiere decir que, si decimos uno por uno, uno, y tenemos acá (*Señalando en la cuenta*) un cero no nos va a alcanzar ¿entonces qué hacemos?
Agustina: ¡Ah! le pedimos al ocho.
D: ¡Bien! ¿Y en cuánto se transforma el cero?
Agustina y varios: En diez
D: Y este *(El ocho)* queda ¿en cuánto si le presta uno al cero?
Juan Cruz: ¡Siete!
D: ¡En siete! ¿Está bien?
Agustina: ¡Sí, seño! Ahora ya lo termino.
Agustina borra y corrige, (...)

8	0	7	51
2	9	7	17
	4	0	

A continuación la docente copia en pizarrón la siguiente actividad:

[66] Transcripción de audio registro Nº 38

MENTALMENTE	
120 x 100 =	4.600 : 10 =
40 x 30 =	15.000 : 100 =
110 x50 =	420 : 20 =
25 x 100 =	24 : 24 =
3689 x 10 =	150 : 30 =
26 x 20 =	240 : 40 =
156 x 1.000 =	

Tras algunas dudas que los alumnos manifestaron al momento de resolver los ejercicios ligados a multiplicaciones[67] (columna de la izquierda), la docente debió intervenir y, luego comenzaron con las divisiones.

> (…) D: Bueno ahora llegó el momento de las divisiones. Les quiero decir algo antes de empezar: cuando yo divido una cantidad…el resultado… ¿Va ser mayor o menor que esa cantidad?
> Varios: Menor
> D: ¡Claro, menor!...porque miren, si yo tengo cincuenta caramelos y los quiero repartir dándole uno a cada uno de ustedes. ¿Me voy a quedar con más caramelos o con menos caramelos?
> Varios: ¡menos!
> D: ¡Bien, con menos! ¿Está claro ese concepto? ¿Entienden que cuando yo divido tengo menos y cuando yo multiplico tengo más cosas?
> Varios: ¡Sí!
> (…) D: Bueno entonces lo veamos acá (*primera división debajo del título "Mentalmente" 4.600: 10 =)*, ya acá tengo cuatro mil seiscientos dividido diez ¿Me va a dar más o menos que este número? (*que 4.600*) miren vamos por parte: si yo divido cuatro mil caramelos en uno. ¿Cuántos voy a tener?
> (*Silencio*)
> D: ¿Qué pasa si yo divido cuatro mil caramelos para mí solita? ¿Cuántos me van a tocar?
> Varios: ¡Cuatro mil!
> D: ¡Ah! Porque ¿cuatro mil dividido uno?
> Juan Cruz: Cuatro mil
> D: Y si yo tengo cuatro mil seiscientos, hagamos de cuenta que no se fue el cero todavía, dividido uno ¿Cuánto me va a dar?
> Valentina: Cuatrocientos sesenta
> D: ¡Dividido uno!
> Varios: (*A coro*) ¡Cuatro mil seiscientos!
> D: ¡Ah! ¡Muy bien! Pero resulta que acá (E*n el divisor*) no tengo uno ¿Cuánto tengo?
> Franco: Diez
> D: ¡Diez!... nosotros lo hemos hecho dividiendo con todo el proceso así…
> O: *La maestra hace las preguntas, los alumnos van respondiendo, y ella lo escribe en el pizarrón*

4	6	0	0	10
	0	6	0	460
	0	0	0	

La clase sigue, es la docente la que escribe en el pizarrón las cuentas que hacen "entre todos". Resuelven las primeras divisiones con el algoritmo, y luego retoma la técnica de dividir por múltiplos de 10. Se acerca la fecha de la evaluación, se acortan los tiempos de la enseñanza y el saber oficial que la docente comunica se restringe a divisiones por múltiplos de diez. De algún modo está institucionalizando que es eso lo

[67] Estas discusiones se han abordado en la sección 5.2.1

que deberán saber en el momento de la evaluación. Propone en la misma clase algunos ejercicios, que resuelven los alumnos aplicando el modo de hacer suprimiendo ceros tal como se muestra:

4. 9 0 ~~0~~ : 7 ~~0~~ = 7 0 (J. Francisco)
2 5 ~~0~~ : 5 ~~0~~ = 5 (Daiana)
1 2. 0 0 ~~0~~: 4 ~~0~~ = 3 0 0 (Gonzalo)
5. 4 0 ~~0~~: 9 ~~0~~ = 6 0 (Franco)
1. 8 0 ~~0~~: 3 ~~0~~ = 6 0 (Karen)
3. 6 0 ~~0~~: 9 ~~0~~ = 4 0 (Lourdes Z)
4 8 ~~0~~: 6 ~~0~~ = 8 (Brenda)
1 5. 5 0 ~~0~~: 5 ~~0~~ = 3 1 0 (Valentina)
7 0 ~~0~~: 7 ~~0~~ = 1 0 (Javier)
2. 4 0 ~~0~~: 6 ~~0~~ = 4 0 (Alexis)

A modo de reflexión parcial:

Las primeras escrituras públicas del algoritmo de la división cuando el divisor es un dígito mostraron que varios alumnos no parecían disponer de alguna técnica que les permita obtener las soluciones esperadas. Algunos de los alumnos escriben las restas intermedias, y la docente les advierte que, de a poco, las van a ir sacando… Entendemos, como lo desarrollamos en el capítulo 1 que un modo de dar sentido a la división es por aproximaciones sucesivas de múltiplos del divisor hasta acercarse lo más posible al dividendo. En ese proceso, las restas intermedias son muy importantes porque cuantifican lo lejos que se está del dividendo, o más aún, los números se van achicando y entonces es más fácil determinar cuántas veces entra el divisor en el dividendo intermedio que aparece. Pero esto que decimos es otra técnica, no siempre aceptada como algoritmo provisorio, en particular la docente en cuestión no la menciona. Tal vez, en una etapa posterior a la presentación de esta tesis, se pueda hablar con la docente y discutir esta técnica en una instancia de taller con las docentes de la escuela. Como lo planteara en la primera entrevista, una de las intenciones de la profesora era continuar el vínculo académico con la observadora.

En la secuencia de trabajo sobre la técnica de la división introduce, relativamente pronto ya que es en la tercera clase, una sugerencia de desarmar el dividendo (que es el número 75) en otros dos números cuya suma sea equivalente (70 + 5). Luego escribe la división tradicional intentando vincular la cuenta con el dividendo igual a 75 y con 70 + 5. Si bien la iniciativa es muy interesante y permite recuperar otras actividades relativas a escrituras de números realizadas previamente, tal vez "desarmar" el número de ese modo restringe las posibilidades de exploración de los alumnos. Como ya vimos, al inicio del año lectivo hay una diversidad de actividades que pueden interpretarse como vinculadas al estudio del sistema posicional decimal, sin embargo los conocimientos involucrados no están identificados como tales y resulta entonces difícil recuperarlos y reinvertirlos para construir un algoritmo.

"Desarmar" un número, en el aula, significa expresarlo a través de una equivalencia. En el caso propuesto se está aplicando la propiedad asociativa de la suma y se propone una distributividad de la suma con respecto a la división que exige cierta atención[68]. Un número se puede escribir de muchas maneras, muchas de ellas podrían no dar cuenta de la equivalencia, pero además algo que es fundamental en el cálculo mental es descubrir cuál es el modo más conveniente para "desarmar". Tal vez en este caso, los alumnos en un espacio de exploración hubieran propuesto 75 = 50 + 25[69]. En algún momento de la secuencia es necesario hablar de las propiedades, identificar qué es lo que se está haciendo, no solamente con el fin de darle un nombre a los objetos matemáticos, sino de institucionalizar conocimientos que favorezcan las justificaciones y que se constituyan a su vez en las bases que rigen ciertas manipulaciones aritméticas para poder incluir tecnologías que sustenten a las técnicas. Retomamos para ilustrar estas afirmaciones el comentario ya expresado correspondiente a las sensaciones vividas por el observador. (Véase p. 111).

Como ya lo señalamos oportunamente, las preguntas que vinculan cuántas veces entra el divisor en el dividendo son muy favorables, precisamente para aproximarse al dividendo a través de múltiplos del divisor. Estas cuestiones se refuerzan con ejercicios para resolver mentalmente.

Cuando la docente comienza la división por bidígitos y con vista a dividir por 20, 30, etc., (tal como lo anticipara en la entrevista), plantea una división por 10. Ya analizamos las decisiones tomadas en ese episodio, solamente queremos reforzar la idea de la ambigüedad que juega el cálculo mental en este proceso de enseñanza del algoritmo. Pareciera que el hecho de que algunos alumnos sepan cuál es la solución les da modos de acompañar el diálogo que entabla la docente en torno a la técnica convencional, y a ella le garantiza la participación de algunos de ellos. Lo que no está explicitado, ni aún en las expresiones de la docente (y por tanto es muy difícil que los

[68] Lo que se propone, y es correcto es realizar: 75 : 5 = (70 + 5) : 5

[69] La denotación es nuestra para facilitar la comunicación, no se espera una escritura en términos de equivalencias.

alumnos tengan conciencia de ello) es que las relaciones entre productos y cocientes por múltiplos de 10 juegan un papel constitutivo en las tecnologías sobre el algoritmo. Y así, a pesar de que una alumna resuelve mentalmente una cuenta donde el divisor es 10, la docente solicita el algoritmo para verificar. Sin embargo la clase termina con ejercicios donde se debe aplicar la técnica enunciada a partir de ciertos ejemplos, y sin la tecnología correspondiente de "sacar los ceros" al dividir por 10, 100, etc. donde los dividendos son al menos múltiplos de los divisores en cuestión. (Por ejemplo se plantea 730÷ 10, pero no 730÷ 100, y sí 500 ÷10.)

Hay una ruptura que muestra el contrato didáctico vigente en torno a la técnica: no se trata solamente de obtener el resultado sino de hacerlo de un modo determinado. Desde la perspectiva del alumno valdría preguntarse: ¿para qué hay que aprender a escribir y resolver algo de una determinada manera cuando puedo hacerlo de otro modo? ¿Dónde está el interés por aprender ya que aparece justificado como una necesidad para "cumplir" con la escuela?

Para 136: 30 un alumno la resuelve correctamente descomponiendo el dividendo en 100 +30 +6. La docente hace público esa técnica, explícitamente reconoce que es correcta pero no le conviene partir de esa escritura para avanzar con el algoritmo, ya que no es el tipo de trabajo que ella intenta instalar en el aula.

Cuando por primera vez introduce un divisor bidígitos con la unidad distinta de cero, la alumna que pasa al pizarrón advierte lo nuevo de la propuesta y expresa "¡Uy! ¡Me mataste Seño con este veintiuno!". La docente, a través de preguntas bien precisas guía al algoritmo estándar llevando a cabo el proyecto de enseñanza que expresara en una de las entrevistas realizadas:

> D: (…) con *(nombra a una maestra),* que está en quinto y sexto, ya hemos acordado que yo, de cuarto grado se los voy a pasar a quinto, sabiendo multiplicar y dividir por dos cifras… dividir sobre todo, con veintiuno (21), treinta y uno (31); treinta (30), cuarenta (40); y ella se va encargar en quinto y en sexto que dividan por dos cifras, y la segunda distinta de uno y de cero. La idea es que ellos aprendan bien el mecanismo, (…).
>
> Transcripción primera entrevista: 4

La división 806÷31, es la primera ocasión en donde se presenta el caso de una resta parcial con dificultad. La docente realiza un esfuerzo por hacer un paralelismo entre ésa resta que aparece "dentro" de la división y el algoritmo de una resta cualquiera donde alguna cifra del sustraendo sea mayor que la correspondiente al minuendo. Las preguntas que la docente va efectuando a medida que va exponiendo el tema sólo son respondidas por un alumno, con quien ella avanza en la explicación. Si bien no aparecen manifestaciones explícitas de dudas, tampoco se advierte la participación de otras voces.

En 396÷41, hay que tomar las tres cifras… Como ya lo dijimos, al ser tan atomizados los conocimientos sobre la técnica, cada caso se convierte en una rareza para la cual hay que recurrir a otros conocimientos.

Finalmente, dado que se aproxima la fecha de la evaluación, la docente recurre a la colaboración de los padres ("Les pido por favor que hagan estudiar las tablas y las divisiones por dos cifras") y en las últimas clases trabaja solo con divisores que son múltiplos de diez.

CAPÍTULO 6

A modo de conclusiones

A partir de los hallazgos explicitados, hemos ido trazando una línea de reflexiones que intentan dar respuesta a los interrogantes planteados, pero a la vez hemos expuesto también aquellos nuevos interrogantes que fueron surgiendo a lo largo del proceso.

Una de las problemáticas que cobra énfasis a partir de lo que se advierte en nuestras fuentes de indagación es la articulación. Sabemos que es una problemática por demás compleja, que no es posible pensar en ello sin advertir que se necesita de cierta concepción y prácticas de enseñanza que se extiendan a lo largo de toda la escolaridad, y que no alcanza con proyectos didácticos aislados que atiendan solo lo emergente descuidando problemas de fondo. Esta modalidad podrá, en algunos casos, ayudar a sortear ciertas cuestiones urgentes, resolver situaciones eventuales, pero impone grandes limitaciones y pone en riesgo la posibilidad de avanzar hacia los objetivos propuestos en cada grado, en cada ciclo y en consecuencia en cada nivel de la escolaridad.

Vemos por ejemplo que si bien los Diseños Curriculares Provinciales se proponen trabajar con articulaciones verticales y horizontales, es posible plantearse interrogantes e interpretaciones que pondrían en cuestión tal proceso de articulación. Inicialmente manifestamos, que nuestra idea no es hacer un estudio comparativo entre las relaciones con los saberes matemáticos escolares entre fin de primer ciclo e inicio del segundo. No obstante, si tomáramos en cuenta la articulación vertical mencionada en los DCP, sin descuidar lo que planteáramos en el capítulo 1 acerca de nuestro interés por las explicitaciones de modalidades de secuenciación o de nuevas exigencias, sería posible resaltar que no todos los alumnos disponen de los "antiguos" conocimientos que han de servirles de anclaje a los "nuevos" que la docente intenta enseñar. En ocasiones ella debe "retroceder" sobre esos "antiguos" conocimientos, tal como lo expresa en una de las entrevistas que se le realizaron ("… apretemos el botón de retroceso de la vídeo, o del DVD (…) y volvamos atrás"), y en otras opta por continuar desarrollando la clase contando sólo con la participación de unos pocos alumnos.

Hemos podido escuchar desde los dichos de la docente observada que los DCP forman parte del material que ella utiliza como referente para el diseño de su proyecto de enseñanza, sin embargo, nos preguntamos ¿cómo estos documentos contribuyen con tal actividad? Es posible hacerse tal pregunta debido a que los DCP, en el eje que nos ocupa, se muestran como un referente frágil. No explicita, por ejemplo los vínculos entre las propiedades del Sistema de Numeración y la operatoria (algoritmos estándares de multiplicación y división), lo que da lugar a una gran fragmentación en los contenidos. En el caso particular del pasaje entre operaciones por dígitos a bidígitos, el estudio de las propiedades y de las regularidades numéricas es fundamental, sin embargo la enunciación planteada en los DCP se muestra ambigua, y no menciona la forma de construcción del algoritmo de las operaciones por bidígitos. Por otra parte, los DCP no muestran claridad alguna acerca de las propiedades de las operaciones involucradas en el cálculo mental o en su fundamentación y esto condiciona, en gran manera, la posibilidad de generar oportunidades de resolución mental y descubrir estrategias de cálculo, por ejemplo al momento de abordar la técnica de multiplicar por potencias de diez. Destacamos la importancia de lo dicho, ya que es precisamente la relación explícita que se logre establecer entre la técnica y el sistema de numeración, la que permite construir un discurso que brinde un sustento tecnológico adecuado. Si no se logra establecer dicha relación, estaremos frente a la enseñanza (en el sentido de mostración y en detrimento de la construcción) de las técnicas presentadas de modo aislado y en ausencia de todo tratamiento reflexivo.

A partir de estos señalamientos, y teniendo en cuenta los tres ejes de análisis trazados por Alterman (2008), nos preguntamos ¿cuáles son las concepciones de enseñanza y de aprendizaje que subyacen a la secuenciación planteada en los DCP?

Hemos destacado que dichos documentos muestran ambigüedades, omisiones, ausencias (hay objetos de conocimiento que ni siquiera se nombran, por ejemplo la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma), descuidos y enunciaciones poco claras. Sostenemos en función de ello, que los DCP dejan a los docentes sin herramientas interpretativas y de decisión, descuidando a la vez una de sus "características sustantivas" que es justamente proporcionar orientación didáctica a los docentes en su quehacer cotidiano.

Precisamente de ese quehacer cotidiano intenta dar cuenta el análisis que se desprende de la gran variedad de registros de clases obtenidos en el aula observada. Sin bien nuestra estadía en el interior de un aula de matemática, nos posibilitó acceder a una amplia variedad de situaciones y de aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y de aprendizaje, debido a las características de nuestro estudio sólo nos hemos centrado en unos pocos.

Para esta tarea, contamos con el software de Atlas ti, ya que es un recurso informático muy potente para un análisis etnográfico de clases comunes. Su lógica y su metodología, en materia de sistematización de la información, se mostraron muy compatibles con lo requerido para la construcción y análisis de nuestro objeto de estudio; tal como lo señaláramos en el capítulo 3 de este trabajo.

El hecho de contar con el material empírico informatizado, nos otorgó la posibilidad y las ventajas de hacer numerosos ensayos que propiciaran la construcción del objeto de estudio, interpelando los referentes teóricos con los que ya se contaba, pero a la vez emprendiendo sucesivas búsquedas de nuevos enfoques para otras posibles redefiniciones y recortes. Se destaca así la idea de análisis provisorios que sirven de orientación para la delimitación de un recorte y la búsqueda de perspectivas teóricas que le den sustento. Esto es particularmente importante cuando se trabaja con clases comunes, con un universo donde hay pocas anticipaciones; en un ámbito donde se desarrolla el proyecto de otro y en el que la clase está influenciada por la inmediatez en las interacciones.

Tal como nos planteáramos al comienzo nos interesamos por describir, entre otras cosas, aquello que se prioriza como actividad matemática en el aula de 4º grado. Un recorrido por los registros nos posibilitó inferir que en el aula observada se prioriza la técnica (en el sentido de Chevallard) por sobre otros aspectos que se hallan más relacionados con la tecnología y con el trabajo sobre datos e incógnitas de las situaciones problemáticas. Vemos en varias de las clases que los distintos enunciados que se plantean a los alumnos no logran convertirse en el desafío de desentrañar la situación, en todo caso, estas actividades apuntan más bien a crear un escenario para la enseñanza de la técnica que resuelve dichas situaciones. Vale decir entonces que una vez que los alumnos colectivamente logran identificar "la" cuenta que resuelve, esta se extrae del contexto del enunciado y pasa a ser una cuenta pelada, que se hace por medio de "los" pasos indicados, y se enfatiza así la búsqueda del resultado de la cuenta en desmedro de la respuesta a la situación. Esta prioridad que la docente muestra a favor de las técnicas pudiera tener varias aristas que la sostienen: por un lado están los tiempos y los mandatos formales impuestos desde el currículum oficial, instancia de decisiones en donde ella no participa. Por otro están las tradiciones docentes que, si bien no es un tema que nos ocupe en este trabajo es un elemento que incide fuertemente en las prácticas. Además están los acuerdos institucionales y finalmente, y en función de todo lo anterior, está su propio proyecto didáctico que tiene como objetivo principal que los alumnos terminen cuarto grado pudiendo resolver ciertos cálculos por bidígitos (20; 21; 30; 31; 40; 41;…).

Nos interesamos también por identificar los modos de presentación y de tratamiento de los contenidos "nuevos" y las posibles profundizaciones de los ya abordados en el ciclo precedente (a lo largo del eje "Números y operaciones"). Para mirar esto, tuvimos en cuenta también la gestión de la docente y con ello las distintas decisiones que iba tomando mientras llevaba a cabo su proyecto.

No tenemos conocimiento acerca de la modalidad de trabajo a que los alumnos estaban acostumbrados en el ciclo anterior, pero en esta aula de 4º grado prevalece una permanente intervención oral por parte de la docente durante el transcurso de las clases, lo que se acentúa aún más cuando introduce algún contenido que ella identifica como nuevo. Muestra de ello es la longitud de los registros tomados. En esa dinámica queda poca producción escrita en las carpetas que apunte a institucionalizar los temas tratados, a registrar el uso de vocabulario adecuado, a revisar las técnicas y a fortalecer las tecnologías. Esto quita autonomía a los alumnos quienes inclusive reclaman que no hay nada escrito, en particular ante el anuncio de una evaluación (Juan Cruz: ¡¡¡Ay!!! ¡¡¡Si ni siquiera lo escribimos en la carpeta para estudiar y nos vas a tomar prueba!!!).

Pudimos advertir que independientemente de que los contenidos a tratar fueran "nuevos" o ya estuviesen instalados, la docente daba inicio a sus clases utilizando diferentes estrategias: juegos y enunciados con historia.

El pasaje hacia un tema nuevo, rara vez era designado por medio de títulos que nombraran el objeto matemático, sino que estos generalmente aludían a modos de hacer (por ejemplo: "A pensar"; "Trabajo solo"; "Resuelve mentalmente"; etc.). Excepcionalmente, la docente destacaba objetos matemáticos en los títulos (por ejemplo: "Las decenas de mil"; "Divisiones exactas y no exactas"; "Multiplicamos por dos cifras"). Los registros muestran además que, a partir de que lo nuevo se instala en el salón de clase, los alumnos no se disponen a trabajar generalmente hasta que no se hace público cuál es "la" cuenta que resuelve un enunciado. ¿No alcanzan a identificar los conocimientos que están relacionados al objeto de estudio y disponer de ellos? ¿O es la costumbre de la clase, para evitar la incertidumbre, esperar una indicación pública precisa para abordar la tarea? Una vez planteada la cuenta, los alumnos requieren por un período prolongado de un acompañamiento permanente para seguir los pasos del algoritmo donde también se hace excesiva la intervención de la docente.

Las diversas indagaciones y el trabajo con los referentes empíricos, mostraron que las nuevas exigencias en el pasaje del primero al segundo ciclo están focalizadas en los algoritmos estándares de la multiplicación y de la división por bidígitos. Estos contenidos ocuparon además la mayor parte del tiempo destinado al desarrollo del eje números y operaciones, y quizás esto se deba a que, según lo expresara la docente, se contemplan como uno de los desafíos previstos para cuarto grado. Fue así que nos interesamos por estudiar el abordaje de dichos conocimientos, y entre ellos miramos cómo se trabaja el sentido de la multiplicación y de la división. Entre los aspectos que podríamos destacar para el caso de la *multiplicación,* según lo hemos podido observar, siempre se la ha presentado en enunciados cuyo contexto lleva a la resolución por suma reiterada. No sabemos si durante el primer ciclo este grupo de alumnos estaba acostumbrado a resolver problemas en clase y, específicamente con respecto a estas operaciones, cuáles eran los enunciados planteados. Resolver problemas ¿Es una nueva exigencia para estos alumnos?

Al presentar la multiplicación por bidígitos como un contenido a desarrollar, la docente resalta para la clase que es una operación nueva, pero al momento de abordar la técnica de dicha operación tapa alternativamente las cifras del multiplicador para mostrar alguna similitud con la técnica ya conocida (multiplicación por dígitos). Lo nuevo para los alumnos, en la organización espacial del resultado parcial de la cuenta, viene cuando deben multiplicar por la decena y finalmente sumar para obtener el resultado. Esto permite destacar la importancia que cobra la tecnología a la que hacemos referencia en el capítulo 1.

Además, en términos de detectar aquello que era nuevo para los alumnos, podríamos resaltar que durante el período en que las clases estuvieron a cargo del alumno practicante, habitualmente se destinaban los primeros minutos de la clase al repaso sistemático de las tablas de multplicar dígitos. Según la impresión del observador, esto era percibido por los alumnos como un hábito nuevo que los colocaba en situaciones de gran tensión similares a los de las lecciones o evaluaciones orales (*"O: En general los alumnos se veían bastante asustados, nerviosos y, a algunos, este síntoma les "jugó en contra"*. "*O: A Juan Cruz se lo veía un tanto nervioso (...) Luego de terminar de decir la tabla (...) me dijo: "¡Zafé! ¡No lo puedo creer!").* Al respecto, como ya lo hemos destacado en el capítulo 1, decimos que es necesario considerar la memorización de las tablas y de cálculos simples como herramientas que aporten a resoluciones más rápidas y económicas, que la memorización de ciertos repertorios aditivos y multiplicativos se convierten en la base que permite resolver distintas situaciones; pero no se debe descuidar el hecho de que si en la enseñanza se pretende la construcción de los algoritmos que venimos mencionando con justificación de la técnica, es necesario pensar en un proceso sostenido, duradero y sentado también en otras bases. Es decir que no alcanza con saber las tablas de multiplicar, es necesario también poder servirse de las propiedades del sistema y de las operaciones. Esto además contribuye a afirmar que, si bien los algoritmos se llegan a automatizar, para su aprendizaje es necesaria la comprensión.

Las actividades presentadas para el trabajo con *divisiones*, siempre tratan de repartos de cantidades. No obstante es posible destacar algunas actividades que presentan cierta preocupación por considerar el resto como uno de los elementos importantes en esta operación.

En el marco de la presentación del primer enunciado que suponía división por dígitos, apareció lo "nuevo" en materia de división para los alumnos, cuando la docente formula la explicitación de eliminar de la cuenta las restas intermedias (D: A esta resta la vamos a ir sacando de a poco porque (…) la vamos a ir haciendo en la cabeza). Pudimos observar que esta restricción se mantiene también cuando enseña el algoritmo de división por bidígitos, a lo que a su vez se agrega como "nuevo" la institucionalización de **un modo** de resolver la cuenta haciendo explícita la necesidad de unificar estos procesos. De este modo procede de lleno a la enseñanza del algoritmo (D: (…) vamos a ver cómo podemos hacer esta división con los procesos que ustedes puedan utilizar para todas las divisiones). Sin embargo la docente advierte, según lo muestran los registros, que en ese proyecto didáctico de "sacar la resta", los alumnos no responden como ella espera, entonces la reinserta.

Al igual que en el caso de la multiplicación, lo nuevo en el trabajo con divisiones, también viene dado por la organización de la cuenta en el espacio, por la distribución gráfica de sus resultados parciales y con ello además, toda una tarea de memorización de las frases "típicas" que surgen de la automatización del algoritmo ("no me alcanza", tomo el otro también, está de tanto, bajo tal número, a tal número tanto), y que carecen de total sentido sin la referencia a la tecnología que sustenta los algoritmos estándares.

Sabemos que el camino a una técnica general es una tarea muy ardua, en ocasiones la docente trata de cimentarlo en base a casos particulares, lo que hace emerger permanentemente casos "nuevos" o "¿raros?" como fue el del enunciado cuyo dividendo incluía un cero en el lugar de las decenas (807÷51) y luego el que implicaba tomar las tres cifras del dividendo cuando en los casos anteriores alcanzaba con tomar sólo dos cifras (966÷21; que luego implica dividir 126 en 21). Estas situaciones dan cuenta de un tratamiento fragmentado de la técnica, con conocimientos atomizados.

Se registran momentos de las clases en donde la docente parece reconocer que su proyecto necesita ciertas redefiniciones. Por ejemplo, si tomamos en consideración una secuencia de clase donde había que dividir 360 en 20 (Franco pudo llegar al resultado, no obstante expresó: "No me pidas que te la explique, porque no lo sé" "D: Hasta ahí vamos. Recuerdan ustedes que mecánicamente… ¡No! Mecánicamente no") podríamos decir que en ocasiones la docente alcanza a advertir que la enseñanza que conduce a los alumnos por el camino de las técnicas está vacío de sustento teórico, es decir que quienes van llegando (que son unos pocos) van automatizando las técnicas, pero no logran disponer de la tecnología que les permita explicarlas; y en este sentido se juega también su capacidad de autonomía para la construcción reflexiva de los algoritmos. ¿Tuvieron los alumnos la posibilidad, durante el ciclo anterior, de trabajar en la construcción y manejo de herramientas que les permitiría avanzar en esta dirección? ¿Cuáles son las herramientas que le posibilitarían a la docente guiar a los alumnos hacia construcción reflexiva de los algoritmos?

Otro hecho llamativo ocurre cuando se va aproximando la fecha de la evaluación sobre divisiones, la docente recurre a la colaboración de los padres ("Les pido por favor que hagan estudiar las tablas y las divisiones por dos cifras") y en las últimas clases trabaja sólo con divisores que son múltiplos de diez. ¿Es este un reconocimiento implícito del fracaso de su proyecto?

Destacamos también al comienzo de este trabajo, nuestro interés por las interacciones que se desarrollaban dentro del aula en torno a los objetos matemáticos, ya que sostenemos que estas forman parte, junto a otras múltiples situaciones, de ciertos procesos que pueden favorecer u obstaculizar el aprendizaje. Por lo cual prestamos especial atención a los diferentes aspectos de la gestión de la docente que se ponen en juego en las interacciones públicas, a la relación existente entre la docente y los alumnos y a las relaciones entre pares. La lectura de los registros permite afirmar que la docente mantenía un trato muy ameno con los alumnos, y sus clases presentaban cierta dinámica de trabajo donde, si bien alentaba a que se generaran diálogos y consultas, primaba su intervención oral. En este marco, y ante un tema nuevo, proponía a los alumnos realizar diferentes búsquedas antes de darles la respuesta "correcta", les otorgaba suficiente tiempo para revisar sus producciones, permitía que cada quien expusiera procedimientos alternativos; y luego propiciaba espacios de puesta en común de los diferentes saberes que, generalmente, eran orales y en el pizarrón. Durante el transcurso de actividades de este tipo, la docente centraba su gestión en la coordinación de las interacciones y de las diferentes producciones y, posteriormente ponía en valor esos saberes otorgándoles cierto cambio de estatus. Esta valoración de las producciones funcionaba a modo de institucionalización aunque en la mayoría de los casos no quedaban registros en las carpetas.

Utilizaba diferentes modalidades al momento de validar las respuestas que iban apareciendo en el aula ("D: ¿Alguien me puede decir si lo que está haciendo Nacho está bien o mal, y por qué?" "D: ¿Por qué?... ¿Jimena cómo lo pensaste vos?"). De este modo, no era siempre y sólo ella quien decía cuándo algo estaba mal o estaba bien. Además, la docente se mostraba abierta a la posibilidad de que los alumnos se equivocaran al dar respuestas, los errores rara vez eran enfatizados ni sancionados como tales, sino que intentaba rescatarlos y reelaborar a partir de los mismos las respuestas buscadas. Por el contrario, se pudo observar una fuerte regulación entre los alumnos: se corregían, se descalificaban, se comparaban, etc, y probablemente, esto hacía que varias veces se sintieran condicionados para expresar sus dudas. Por otra parte, en las clases de matemática sólo unos pocos alumnos sostenían una participación activa y estos eran considerados por sus compañeros, como *referentes autorizados*. Esta situación, provocaba por un lado, que el resto de los alumnos no expusiera sus opiniones cuando diferían de lo que estos *referentes* afirmaban, y por el otro, que rara vez dichas afirmaciones se pusieran en duda o fueran cuestionadas por sus pares. También dentro de estas situaciones es preciso señalar que en determinados momentos la docente parecía no advertir que no todos los alumnos efectuaban los gestos de alumno "motivado" en términos de Berthelot y Salin (1992: 81), sino que más bien seguía adelante su clase con la participación de dos ó tres, que por lo general eran siempre los mismos, cuando los otros alumnos no expresaba ni siquiera dudas. Estas situaciones fueron incluso señaladas por un alumno durante el desarrollo de alguna clase (Franco: Y además yo veo que los únicos que participamos somos el Juan, el Manu y yo). En este marco, nos preguntamos ¿Qué sabemos acerca de los alumnos que no participan cuando se están discutiendo cuestiones relacionadas a los objetos matemáticos a enseñar?

Los alumnos por su parte, mostraban comportamientos diferentes al momento de resolver ciertas tareas: generalmente en la presentación de temas nuevos, se mostraban curiosos y aceptaban el desafío de encarar variadas búsquedas de resolución (por ejemplo: para la introducción de la primera multiplicación por bidígitos). Más tarde, luego de la presentación de la técnica, cuando la docente tomaba la decisión de institucionalizar, de enseñar cuáles eran los pasos que se debían seguir para resolver, ellos ya no se atrevían a exponer sus propuestas. Algunos esperaban a que públicamente se acordara qué operación resuelve el enunciado y cómo se hace, para luego comenzar a recorrer ese camino de la técnica, y quienes ya habían podido hacer otro tipo de recorridos, optaban por avanzar en la automatización del procedimiento algorítmico. En este punto queda destacado aquello que nos preguntáramos en el capítulo 5 acerca del lugar que ocupa el interés por aprender, ante la prioridad y la urgencia de aprender a escribir y a resolver algo de una determinada manera para "cumplir" con la escuela.

El aula de 4º grado se nos presentó como un espacio susceptible de ser indagado. Además de permitirnos mirar cuestiones ligadas específicamente a nuestro problema de investigación, nos puso en contacto con las diferentes problemáticas a las que deben enfrentarse los docentes al momento de llevar adelante su proyecto didáctico. Debido a ello es que queremos resaltar que, si bien hemos desarrollado aquí uno de los posibles análisis y derivar del mismo ciertas conclusiones en los capítulos precedentes, este trabajo podría oficiar como una instancia de apertura a otros posibles análisis; prueba de ello es lo desarrollado en el capítulo 3. El material empírico nos pone en contacto con una multiplicidad de procesos introduciéndonos a un universo de donde se puede desprender la más variada gama de preguntas capaces de orientar otras búsquedas. Pero además, este trabajo podría también contribuir con la tarea que a diario desempeñan los docentes en las aulas de matemáticas de un universo acotado, como el caso de la institución que nos recibió para llevar a cabo el trabajo de campo de esta investigación. Es posible plantearse este desafío a partir de una de las expectativas iniciales que manifestara la docente en la primera entrevista respecto a nuestro trabajo: ella se mostró interesada por conservar el vínculo académico con la observadora. Teniendo en cuenta esa intención y revisando las potencialidades de esta investigación, consideramos que sería importante generar, a partir ella, espacios de trabajo con la docente y por su intermedio con la institución. En un marco más amplio, nuestro trabajo podría insertarse en las propuestas de formación inicial y de capacitación continua con los docentes, a los fines de realizar aportes que pudieran contribuir con el mejoramiento del diseño y desarrollo de los proyectos didácticos que se pongan en marcha en torno a los objetos que hemos abordado.

Consideramos que este aporte podría constituirse a la vez en una devolución para la institución que nos alojó durante tanto tiempo, como un modo de seguir en un trabajo colaborativo que nos permita profundizar y ampliar la problemática abordada.

Bibliografía

ALTERMAN, N (2008): *"La construcción del currículum escolar. Claves de lectura de diseños y prácticas"*, en Páginas nº 6, Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación, Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba. (pp. 127-145).

BERTHELOT, R. Y SALIN, M. H. (1992): *"L'enseignement de l'espace et de la géometrie dans la scolarité obligatoire"*, thèse presentée a l'Université Bordeaux I pour obtenir le grade de Docteur en Didactique des Mathématiques.

BRASLAVSKY, C. (1999): *La reforma educativa en la Argentina: avances y desafíos.* En Revista Propuesta Educativa, Nº 21; Novedades Educativas; Bs. As. En MIRANDA, E. y Otros (2003); Ob. cit.

BRÍGIDO, A. M. (2004): "La equidad en la educación argentina. Un análisis de las desigualdades en la distribución de la educación". Ed. Universitas/ Ed. Fac. de Filosofía y Humanidades (UNC). Córdoba. Argentina.

BROUSSEAU, G. (1986): *"Fondements et méthodes en didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques",* vol. 7/2, La Pensée Sauvage, Grenoble. (Traducción publicada por la U.N. de Córdoba).

BROUSSEAU, G (2007): *"Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas"*; Ed. Libros del Zorzal. Bs. As. Argentina.

BROUSSEAU, G.(2007*): "Entre la théorie anthropologique du didactique et la théorie des situations didactiques en mathématiques: questions et perspectives"*, en "*Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico"*, Ruiz Higueras Luisa, Estepa Antonio y García Javier (eds.), Universidad de Jaén.

CHARNAY, R (1994) *"Aprender (por medio de) la resolución de problemas"* en C. Parra e I. Saiz (Comps.) *"Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones"*; Bs. As.; Ed. Paidós.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J (1997): *"Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje"*; ICE- Horsori; Barcelona.

COMBESSIE, J. C. (2005); *"El método en sociología".* Ferreyra editor. Córdoba, Argentina.

FILMUS, D. (2005) en: *"Núcleos de Aprendizajes Prioritarios"* Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.; Bs. As.; Argentina.

FORNI, GALLART, VASILACHIS *(1993); "Métodos cualitativos II; La práctica de la investigación";* Centro Editor de América Latina; Bs As

FREGONA, D.(1997) *"El libro del docente. El libro de la matemática".* Ed Estrada, Bs. As.

GALLART, M. A. (1993); *"La integración de métodos y la metodología cualitativa"*; en Forni, Gallart y Vasilachis; *"Métodos cualitativos II: La práctica de la investigación"*; Centro Editor de América Latina; Bs. As. Arg.

GÁLVEZ G.(2005); *"La didáctica de las matemáticas"* en: C.Parra e I.Saiz (Comps.), "*Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones".* Ed. Paidós Educador. Buenos Aires. Argentina.

ITZCOVICH, H.; (2007); (Coord.), *"El abecé de la matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula"* Ed. AIQUE Educación. Bs As. Argentina.

LERNER Y SADOVSKY (2005); *"El sistema de numeración: un problema didáctico"* en C.Parra e I.Saiz (Comps.), "*Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones".* Ed. Paidós Educador. Buenos Aires. Argentina.

MIRANDA, E., SENÉN GONZALEZ, S. y otros (2003): *"Políticas de reforma del sistema educativo en los noventa. Nuevas configuraciones emergentes a partir de la Ley Federal de Educación y su implementación en Córdoba".* Ed. Brujas. Córdoba. Argentina.

PANIZZA. M. (2006) (comp) *"Enseñar matemática en el nivel inicial y en el primer ciclo de la EGB"*; Ed. Paidós; Bs As; Argentina

PARRA, C. SAIZ I. (2005) (comps.); *"Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones"*; Bs. As.; Ed. Paidós.

PARRA C; SAIZ I (2009) *"Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio"; Homo Sapiens Ediciones; Rosario; Santa fe; Argentina*

POLYA G. (1992; 57) Polya G. (1945; 17ª ed. 1992) *"Cómo plantear y resolver problemas"*; Ed. Trillas; México.

QUVY, R y CAMPENHOUDT, L *(1999): Manual de investigación en Cs. Ss; Limusa, Méjico; Cap. 4 "Dos ejemplos de estructuración del modelo de análisis".*

ROCKWELL, E. (1987); Reflexiones sobre el proceso etnográfico (1982-1985); DIE-CINVESTAV-IPN. México.

SADOVSKY, P. (2003) *"Condiciones Didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas"*, tesis de doctorado, Especialidad: Educación-Didáctica de la Matemática, Facultad de Filosofía y Letras, UBA.

TERIGI, F. (2004) *"La enseñanza como problema político".* En Frigerio, G. y Diker, G. (comps.) "*La transmisión en las sociedades, las instituciones y los sujetos. Un concepto de la acción educativa"*. Bs. As.: Noveduc.

TIRAO, J. (1985) *"Matemática 1"*. Bs. As.; Ed Kapelusz

VERGNAUD, G. (1991) "*El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria,* Trillas, México.

Documentos curriculares:

DIRECCIÓN DE PLANIFICACIÓN Y ESTRATEGIA EDUCATIVA. ME Y C. CBA. (1997): "*Diseño Curricular Provincial. Educación General Básica"*; Córdoba; Argentina

MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN DE LA NACIÓN. CONSEJO FEDERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN;(1995)*:"Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica"* (2º ed); Bs. As. Argentina

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA (2005) *"Núcleos de Aprendizajes Prioritarios"* Bs. As.; Argentina